

# Optische Wirkung von Konzentrationsprofilen freier Ladungsträger in Halbleitern

Keßler, Franz Rudolf

Veröffentlicht in:  
Abhandlungen der Braunschweigischen  
Wissenschaftlichen Gesellschaft Band 36, 1984,  
S.45-85



Verlag Erich Goltze KG, Göttingen

## **Optische Wirkung von Konzentrationsprofilen freier Ladungsträger in Halbleitern**

Von **Franz Rudolf Keßler**, Braunschweig

(Eingegangen am 25. 5. 1984, in revidierter Form am 10. 8. 1984)

### **Kurzfassung**

Die ortsabhängige Dichte („Konzentrationsprofil“) freier Ladungsträger in Halbleitern hat in Konsequenz der korrespondierenden Profile von Brechungsindex und Absorptionsindex eine spezifische spektrale Abhängigkeit von Reflexions-, Transmissions- und Absorptionsvermögen entsprechender Materialschichten zur Folge, die diskutiert wird. So treten z. B. im Falle eines erfc-Profiles keine Interferenzstrukturen, dafür aber ein ausgeprägtes Minimum im Reflexionsspektrum auf und zwar für beide Strahlausbreitungsrichtungen bei unterschiedlichen Wellenlängen. Die prinzipiellen Unterschiede zum Fall der Plasmaresonanz bei homogenen Materialien werden herausgestellt.

Neben dem Reflexionsvermögen hängt auch die Absorption im Profil von der Strahlrichtung ab. In Übereinstimmung mit dem Reziprozitätstheorem ist die Transmission jedoch symmetrisch.

Die theoretischen Verhältnisse werden anhand von Modellrechnungen mit Hilfe der Vierpoltheorie berechnet. Das Konvergenzverhalten der dabei angewandten Stufenapproximation wird rechnerisch überprüft und diskutiert.

Experimentelle Untersuchungen erstrecken sich auf diffusionsdotiertes Silizium und einen i-p-Übergang im Si-Einkristall.

Unter anwendungsbezogenen Aspekten werden einerseits die optische, d. h. zerstörungsfreie Profilanalyse und andererseits die technologischen Möglichkeiten der Reflexionsverstärkung bzw. -verminderung („Entspiegelung“) an Halbleitergrenschichten durch oberflächennahe Trägerprofile spezifischer Ausbildung behandelt. Bei der Analyse kann die Richtungsunsymmetrie von Reflexion und/oder Absorption zur Identifizierung der Profilkurve und damit zur Aufhebung von Mehrdeutigkeiten ausgenutzt werden. Auf die speziellen Möglichkeiten der Profilanalyse mit Hilfe des Photoakustischen Effektes wird hingewiesen.

### **Optical action of free carrier profiles in semiconductors**

#### **Abstract:**

In consequence of a local variation in free carrier concentration profiles of refractive and absorption index exist in semiconductors. The specific spectra of reflection, transmission and absorption of such inhomogeneous samples are discussed for the case of an erfc-profile function. There are no interference structures but a pronounced minimum in the reflection spectra for both directions of radiation at different wave-

lengths. The principal differences to the case of plasma resonance of homogeneous materials are discussed.

Beside the reflection also the absorption of the profile depends on the direction of radiation. But in agreement to the theorem of reciprocity the transmission is symmetric.

By means of theoretical calculations based on the theory of four-terminal network the optical action of free carrier profiles is discussed. It is pointed out that there are open questions with respect to the convergence in approximation a continuous variation of optical constants as a series of slides each with homogeneous optical constants corresponding to the slide position in the profil (step approximation).

Experimental investigations are made on a diffusion erfc-profil and an i-p-junction inside a Zchochralsky single crystal of silicon. The results are in good agreement with the calculations especially in the case of the reflection on the "weak edge" of the erfc-profile inside the sample.

With respect to technical applications the discussion leads to the possibility of reduction (antireflection procedure) or enhancement of reflection by means of adapted free carrier profiles deposited in the surface region inside the sample.

The results find also their application for analysing free carrier profiles. The combination of transmission, reflection and absorption measurements supports the determination of an unknown profil function without destruction the sample. In this procedure the direct absorption measurement can be realised by means of photoacoustic spectrometry using the advantage of signal dependence on the shopper frequency to determin the depth of absorbing region as an independent measurement.

## I. Einleitung und Problemstellung

Freie Ladungsträger beeinflussen die optischen Konstanten, d.h. Brechungsindex  $n$  und Absorptionsindex  $k$  eines Materials in spektral charakteristischer Weise, denn die elektromagnetische Welle besitzt einen eigenständigen Wechselwirkungsmechanismus mit ungebundenen Ladungen.

Im klassischen Sinn wird dieser Wechselwirkungsmechanismus in bekannter Weise mit Hilfe der Drude-Theorie atomistisch modellmäßig erfaßt. Das Ergebnis ist darstellbar als komplexe spez. „optische Leitfähigkeit“  $\tilde{\sigma}_{\text{opt}}(\omega)$  mit der einem einfachen relaxierenden Prozeß entsprechenden Frequenzabhängigkeit (hier für eine einzige Trägersorte formuliert):

$$(1) \quad \underset{\text{fr. Tr.; Drude}}{\tilde{\sigma}_{\text{opt}}(\omega)} = \sigma_0 \frac{1}{1 + i\omega\tau} \quad ^1)$$

<sup>1)</sup> Die Indizierung der optischen Leitfähigkeit als den freien Ladungsträgern im Sinne der Drude-Theorie zugehörig ist notwendig, da sich u. U. weitere komplexe Leitfähigkeitsanteile der freien Ladungsträger selbst (z.B. infolge der Intrabandübergänge – vgl. weiter unten) oder aufgrund anderer, mehr oder weniger spektral selektiver Anregungsprozesse des Festkörpers zu einer resultierenden komplexen optischen Leitfähigkeit  $\tilde{\sigma}_{\text{opt, res}}$  addieren.

$\sigma_0$  ist dabei die Gleichstromleitfähigkeit

$$(2) \quad \sigma_0 = Q^2 \cdot N \cdot \frac{1}{m} \cdot \tau,$$

die insbesondere der Trägerkonzentration  $N$  proportional ist und des weiteren die träge Masse  $m$ , die Stromrelaxationszeit  $\tau$  und den Betrag der Trägerladung  $|Q|$  enthält.

Im Bilde der Wellenmechanik entspricht die Drude-Theorie bei elektronischen Ladungsträgern, d.h. Elektronen bzw. Löchern mit  $|Q| = |e|$ , einer Anregung der Ladungsträger durch Lichtquanten unter Phononenbeteiligung derart, daß innerhalb eines  $E(\mathbf{k})$ -Dispersionsverlaufes („Bandes“) eine entsprechende Energie- und Impulsänderung erfolgt. Im Wechselwirkungsmechanismus enthalten ist eine nachfolgende Rückkehr der Elektronen bzw. Löcher in den Grundzustand, der optisch strahlungslos ist, als Multiphononemissionsprozeß abläuft und damit die aufgenommene Lichtquantenenergie dem Material als (Joulesche) Wärme zuführt.

Im Modellbild dieser quantenmechanischen Beschreibung der klassischen Lichtwechselwirkung mit freien Ladungsträgern sind die träge Masse durch die effektive Masse  $m^*$  und die Stromrelaxationszeit durch die Impulsrelaxationszeit bzw. durch die (entsprechend definierte) „Stoßzeit“ der freien Ladungsträger zu ersetzen, wenn man weiterhin das Drude-Modell verwenden will. Die Parameter besitzen jedoch nunmehr eine eigene Frequenzabhängigkeit bzw. Abhängigkeit von der Lichtquantenenergie, so daß der Spektralverlauf der optischen Konstanten u. U. gegenüber der klassischen Form modifiziert erscheint. So kann die Nichtparabolizität des Bandes zu einem  $m^*(\omega)$  führen. Auch die Stoßzeit ist je nach Streumechanismus der freien Ladungsträger energieabhängig:  $\tau(\omega)$ . Schließlich ist für  $h\nu \gg kT$  ein frequenzabhängiger quantenmechanischer Korrekturfaktor  $F(\omega, T)$  einzuführen, der je nach Relation zwischen  $1/\tau$  und  $\omega$  einen geringfügig unterschiedlichen Proportionalitätsfaktor  $f$  besitzt:

$$(3) \quad F = f \cdot \left( \frac{h}{kT} \right)^{1/2} \cdot \sqrt{\omega} \quad \text{mit} \quad \begin{array}{l} f = 0,251 \text{ für } \frac{1}{\tau} \gg \omega \\ f = 0,281 \text{ für } \frac{1}{\tau} \ll \omega. \end{array}$$

Dieser Faktor  $F$  berücksichtigt, daß im Fall  $h\nu \gg kT$  die im klassischen Modell stets miterfaßte stimulierte Emission in der quantenmechanischen Rategleichung für die Übergangsprozesse im stationären Zustand zu vernachlässigen ist [1].

Darüberhinaus sind effektive Masse und Stoßzeit selbst wiederum von der Konzentration der freien Ladungsträger abhängig, insbesondere bei hohen Konzentrationen, da sich u. U. die Fermiverteilung verlagert bzw. polare Streumechanismen abgeschirmt werden.

Neben der geschilderten Leitungsabsorption tritt jedoch noch ein zweiter Wechselwirkungsmechanismus des Lichtes mit freien elektronischen Ladungsträgern auf, und zwar in der Form der Intrabandübergänge [2]. Dabei erfolgt die Elektronen-

anregung von einem Leitungs- bzw. Valenzband in ein anderes als direkter oder indirekter Übergang, d.h. ohne bzw. mit Phononenbeteiligung.

Da auch hier die Rückkehr in den Grundzustand im allgemeinen strahlungslos, d.h. als Multiphononenprozeß erfolgt, läßt sich dieser Wechselwirkungsmechanismus ebenfalls phänomenologisch mit einer diesbezüglichen optischen Leitfähigkeit ausdrücken, wobei der spektrale Verlauf allerdings vom Bandverlauf und von der Fermi-Verteilung abhängig ist und eher einer (unsymmetrischen) Absorptionsbande entspricht.

Von der optischen Leitfähigkeit kann man, gestützt auf die phänomenologischen Maxwell'schen Gleichungen, stets auch die Lichtwechselwirkung mit den freien Ladungsträgern als komplexen Suszeptibilitätsbeitrag  $\tilde{\chi}$  zur Dielektrizitätskonstanten (DK) ausdrücken, indem man sich der bekannten Umrechnungsbeziehung zwischen optischer Leitfähigkeit und Suszeptibilitätsbeitrag bedient.

Wie bei Materialien mit relativ hoher Gleichstromleitfähigkeit üblich, wird hier der Unterschied zwischen Lorentzfeld und resultierendem äußeren Feld vernachlässigt, d.h. es wird die Gültigkeit der Beziehung vorausgesetzt:

$$(4) \quad \tilde{\epsilon}_{\text{rel}} = 1 + \sum_i \tilde{\chi}_i,$$

so daß gilt:

$$(5) \quad \tilde{\chi}_{\text{fr. Tr.}} = \frac{\tilde{\sigma}_{\text{opt. fr. Tr.}}}{i \cdot \omega \cdot \epsilon_0}.$$

Bei den Halbleitern, und das ist eine für diese Substanzklasse typische Eigenschaft, kann die Konzentration der freien Ladungsträger in weiten Grenzen (über mehr als 10 Zehnerpotenzen) variieren. Eine derartige Variation kann auch als Funktion des Ortes auf relativ engem Raum auftreten. Damit treten entsprechend große Gradienten in den optischen Konstanten auf.

Typische Beispiele für derartige Situationen sind die p-n-Übergänge, Anreicherungs- bzw. Verarmungsrandschichten im Oberflächenbereich der Halbleiter, Konzentrationsprofile bei inhomogener Dotierung durch z.B. Eindiffusion oder Ionenimplantation von Störstellen, Konzentrationsprofile bei der Injektion freier Ladungsträger bzw. bei der Photoleitung oder bei der Absorption ionisierender Teilchen- bzw. Röntgenstrahlung, d.h. in Verbindung mit ortsabhängiger Generation freier Ladungsträger, und schließlich Konzentrationsprofile bei der „galvanomagnetischen Kompression“ freier Ladungsträger [3].

Im Fall existierender Gradienten in den optischen Konstanten tritt das Problem auf, die resultierende Reflexion bzw. Transmission von Licht an bzw. durch solche „Profile“ quantitativ und in ihrer spektralen Abhängigkeit zu erfassen. Die Spektren sind insbesondere stets dann charakteristisch verändert, wenn Lichtfrequenzen und Konzentrationsbereiche so zusammentreffen, daß die sogen. Plasmaresonanzbedingung  $n=k$  an irgendeinem Raumpunkt erfüllt ist.

Das Spektrum des Reflexionsvermögens an der Grenzfläche eines nichtabsorbierenden Materials (z.B. Luft) zu einem Halbleiter homogener Trägerkonzentration zeigt in der spektralen Nähe zur „Plasmaresonanz“ eine „Reflexionskante“ mit einem zu kürzeren Lichtwellenlängen hin (hier stets als Vakuum-Wellenlänge  $\lambda_v$  angegeben) vorgelagerten Reflexionsminimum bei  $\lambda_{v,\min}$ . Die Plasmaresonanzfrequenz  $\omega_{pl}$ , mit Hilfe dieses Reflexionsspektrums ermittelt, dient häufig zur optischen Konzentrationsbestimmung gemäß der Beziehung

$$(6) \quad \omega_{pl} = \sqrt{\frac{Ne^2}{m^* \cdot \epsilon_{HF}}} - \frac{1}{\tau}.$$

Dabei kann die Stoßzeit im allgemeinen ebenfalls als Anpassungsparameter gewonnen werden, wenn neben dem Wert für  $\lambda_{v,\min}$  der Spektralverlauf des Reflexionsvermögens in der Nähe von  $\lambda_{v,\min}$  analysiert, d.h. mit Hilfe einer Modellrechnung angepaßt wird, wobei sich dann die beiden Parameter ( $N/m^*$ ) und  $\tau$  aus dem Anpassungsoptimum ergeben. Die Konzentration  $N$  läßt sich in jedem Fall aber nur dann getrennt ermitteln, wenn die Kenntnis der effektiven Masse vorgegeben ist.

Diese Verfahren werden systematisch falsch, wenn die Parameter  $m^*$ ,  $\tau$  und auch  $\epsilon_{HF}$  selbst konzentrations- bzw. von der Energie der freien Ladungsträger und von der anregenden Photonenenergie in unbekannter Weise abhängig sind. Über die Möglichkeit, hier die Zusatzinformation zu nutzen, die sich insbesondere für die effektive Masse mit Hilfe der Magnetoplasmaresonanz gewinnen läßt, ist an anderer Stelle berichtet worden ([4]).

Andererseits existieren häufig empirische „Eichkurven“ der Art  $N = f(\lambda_{v,\min})$ , die sich auf eine getrennte elektrische Konzentrationsbestimmung (z.B. mittels Hall-effekt) stützen.

Liegt im Halbleiter ein Konzentrationsprofil vor, so ist eine derartig eindeutige Zuordnung des charakteristischen Reflexionsspektrums (z.B. über die spektrale Lage des Minimums) zur Trägerkonzentration naturgemäß nicht mehr möglich.

Vielmehr ist die weitergehende Frage gestellt nach dem eindeutigen Zusammenhang zwischen dem resultierenden Reflexionsspektrum am Profil und dem ortsabhängigen Verlauf der Trägerkonzentration, auch, um diesen Verlauf z.B. zerstörungsfrei analysieren zu können.

Die Stärke der auftretenden Reflexion ist bekanntermaßen eine Frage der Steilheit der Gradienten in den optischen Konstanten, wobei die Variation im Brechungsindex getrennt zu betrachten ist von der im Absorptionsindex. Beide optischen Konstanten gehen zwar in das auf die Strahlungsflußdichte bezogene Reflexionsvermögen ein, ihr Einfluß liegt jedoch in getrennten Summanden.

Für eine Sprungstelle in den optischen Konstanten bzw. im komplexen Brechungsindex zwischen zwei Medien ist das Reflexionsvermögen bei senkrechter Inzidenz durch die bekannte, aus den Stetigkeitsbedingungen in der (infinitesimal dünnen) Grenzfläche folgenden Beziehung gegeben:

$$(7) \quad R_{\perp} = \left| \frac{\tilde{n}_1 - \tilde{n}_2}{\tilde{n}_1 + \tilde{n}_2} \right|^2 = \frac{(n_1 - n_2)^2 + (k_1 - k_2)^2}{(n_1 + n_2)^2 + (k_1 + k_2)^2}.$$

Dieses Reflexionsvermögen ist richtungssymmetrisch, d.h. gleichbleibend, wenn die Lichtstrahlung von 1 nach 2 oder umgekehrt die Grenzfläche passiert.

Andererseits ist das Reflexionsvermögen bei „langsamer“ Ortsvariation der optischen Konstanten praktisch Null. Zugleich wird bei senkrechter Inzidenz die Richtung der Strahlung nicht geändert.

Da im mathematischen Sinn eine Sprungstelle, d.h. ein unendlich großer Gradient in den optischen Eigenschaften zwischen zwei Medien nicht existiert, ist die Beurteilung der hinreichenden Größe eines zur Reflexion führenden Gradienten von der Lichtwellenlänge abhängig. Als Grenzfall kann die Relation  $G = 1$  in der Beziehung

$$(8) \quad G = \left| \frac{\partial \tilde{n}}{\partial z} \right| \cdot \lambda_M ; \lambda_M = \frac{c}{\nu} \cdot \operatorname{Re}(\tilde{n})$$

= Wellenlänge im Medium  
z = Lichtausbreitungsrichtung

angesehen werden. Im Fall  $G \gg 1$  ist eine meßbare Reflexion zu erwarten.

Für Lichtstrahlung im sichtbaren (VIS-) und infraroten (IR-)Bereich bedeutet dies eine relevant kritische Situation bezüglich der optischen Wirkung des Trägerdichteprofiles, wenn sich die Konzentration im Halbleiter um einige  $10^{15} \text{ cm}^{-3}$  oder mehr über Distanzen in der Größenordnung von  $\mu\text{m}$  ändern. Dies ist bei den genannten Fällen in der Regel der Fall.

Bei der Diskussion der Frage der resultierenden optischen Reflexion ist insbesondere die Frage der Richtungsabhängigkeit zu behandeln.

Im Gegensatz zu dem Fall der Reflexion einer elektromagnetischen Welle an einer „Sprungstelle“ der optischen Konstanten, bei dem das Reflexionsvermögen stets symmetrisch ist, ist das resultierende Reflexionsvermögen am Profil im allgemeinen richtungsunsymmetrisch, wenn die Ortsabhängigkeit der optischen Konstanten eine unsymmetrische Funktion ist.

Es ist also z.B. die Frage zu klären, ob und in welcher Weise die resultierenden Reflexionsspektren eines diffusionsdotierten Halbleiters „von außen“ gesehen (also das Licht von der Luftseite her auffallend), oder „von innen“ (also das Licht aus dem undotierten Probeninnern her auf das Profil auffallend) unterschiedlich ist. Unter Umständen kann erst dieser Unterschied die Profilanalyse ermöglichen, da damit Mehrdeutigkeiten eliminiert werden können.

Das optische Transmissionsverhalten des Profils ist ebenfalls zu behandeln. Nach dem allgemeingültigen Reziprozitätstheorem muß diese Transmission richtungssymmetrisch sein, unabhängig davon, ob das Reflexionsspektrum richtungssymmetrisch ist oder nicht, wenn das „Herkunftsmedium“ für die Strahlung und das „Abschlußmedium“ den gleichen Quotienten ihrer optischen Konstanten, d.h. den gleichen Wert  $(k/n)$  besitzen bzw. absorptionsfrei sind (vergleiche weiter unten).

Die vorliegende Arbeit befaßt sich mit der angesprochenen Thematik weder in abschließender noch in umfassender Weise. Sie behandelt vielmehr wesentliche Grundsatzfragen und bezieht sich in Beispielen auf den (häufigen) Fall von diffusions-

dotiertem Silizium mit einem erfc-Profil freier Ladungsträger unter der Oberfläche bzw. mit einem i-p-Übergang in einem Silizium-Einkristall.

Neben den Modellrechnungen, die sich auf die Vierpoltheorie stützen, um die resultierende Reflexion bzw. Transmission am Profil zu berechnen, werden experimentelle Resultate mitgeteilt und kritisch diskutiert.

## II. Reflexion und Transmission bei optischer Inhomogenität

Bei kontinuierlicher Variation der optischen Konstanten bereitet die strenge Berechnung von Reflexen und Transmission insofern Schwierigkeiten, als eine analytische Lösung der Wellengleichung unter Einsatz einer ortsabhängigen komplexen Dielektrizitätskonstanten und unter Berücksichtigung der Randbedingungen für eine entsprechende „Platte“, die in zwei unendlich ausgedehnte Medien eingebettet ist, nur dann möglich ist, wenn die Ortsabhängigkeit exponentiell [5, 6], hyperbolisch [7] oder in der Form eines Rayleigh-Profiles [8] verläuft.

Eine Näherungslösung ist im sogenannten geometrisch-optischen Fall möglich, d.h. unter der Voraussetzung, daß die Variation der optischen Konstanten relativ gering ist, so daß gilt [6]

$$(9) \quad \frac{c}{\omega} \frac{1}{|\tilde{n}|^2} \left| \frac{d\tilde{n}}{dz} \right| \ll 1.$$

Die von W. Kofink und E. Menzer angegebene Näherungslösung mit Hilfe der Wentzel-Kramers-Brillouin (WKB)-Methode [9] hat zur Voraussetzung, daß die Variation des komplexen Brechungsindex immer noch so gering ist, daß für die erste (und höhere) Ableitung die Voraussetzung

$$(10) \quad \left( \frac{c}{\omega} \frac{1}{|\tilde{n}|^2} \left| \frac{d\tilde{n}}{dz} \right| \right)^2 \ll 1.$$

gültig ist.

Näherungslösungen sind im vorliegenden Fall nicht anwendbar, da die Ortsvariation der optischen Konstanten in bestimmten Profilbereichen erheblich größer ist, als es den genannten Voraussetzungen entspricht (siehe weiter unten).

Im umgekehrten Fall, d.h. für den Fall, daß sich die Variation der optischen Konstanten auf eine Distanz sehr klein gegen die Wellenlänge im Medium erstreckt, kann man die Näherung einführen, das Profil als einen zusätzlichen komplexen **Flächenwiderstand** an der Sprungstelle der optischen Konstanten zwischen Herkunftsmedium und dem homogenen bulk-Material aufzufassen. Damit tritt im Sinne der Vierpoltheorie eine Parallelschaltung eines diskreten Widerstandes am Eingang zu dem betrachteten homogenen Vierpol auf. Mit Hilfe der auf diese Weise modifizierten Eingangsimpedanz des Vierpols lassen sich dann Reflexionsvermögen und Transmissionsvermögen des Gesamtvierpols in der bekannten Weise berechnen. Diese Näherung gibt die experimentellen Verhältnisse z.B. bei dünnen Metallaufdampfschichten auf Halbleitern gut wieder, wie Untersuchungen im Hause ergeben haben [10].



Der Versuch, eine relativ dicke Profilplatte durch eine ausschließliche Berücksichtigung der Endflächenreflexionsfaktoren sowie eines integralen optischen Weges und einer integralen optischen Absorption unter interferenzfähiger Vielfachreflexion bezüglich Gesamtreflexion bzw. Gesamttransmission zu erfassen [11], ist im Falle vorliegender starker Absorption im Endflächenbereich nicht korrekt, denn er führt zu einem massiven Widerspruch zum Reziprozitätsgesetz (siehe weiter unten).

Bezüglich der modernen Möglichkeiten einer numerischen Lösung der Wellengleichung bzw. der Differentialgleichung für die Oberflächenadmittanz bei beliebigem Profilverlauf sei hier auf die Literatur [12] verwiesen.

Zur Berechnung von Reflexion und Transmission bei optischer Inhomogenität im Sinne einer Abfolge unterschiedlicher, in sich homogener Schichten, insbesondere, wenn die Lichtstrahlung senkrecht auf die Flächen auffällt, bedient man sich mit Erfolg vierpoltheoretischer Methoden.

Bei kontinuierlicher Variation der optischen Konstanten ausschließlich in Lichtausbreitungsrichtung, wie im vorliegenden Fall, ist es im Sinne eines Näherungsverfahrens üblich, das Profil durch ein hinreichend fein gestuftes Schichtsystem zu ersetzen. Innerhalb einer Schicht werden die optischen Konstanten dann als konstant und gleich dem dortigen Profilmittelwert angenommen [5].

Man kann die Schichtdicke auch entsprechend einer „Gewichtung“ durch den Gradienten in den optischen Konstanten variabel, d.h. ebenfalls ortsabhängig einführen, um die Approximation zu „homogenisieren“ [13].

Die Konvergenz des Stufenapproximationsverfahrens erscheint indessen noch nicht zweifelsfrei theoretisch erwiesen. V.F. Lawrence und H. Hora [8] weisen ausdrücklich auf das bestehende „Paradoxon“ (sogenanntes Osterberg-Problem) hin. Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wird auf diese Fragen anhand der Überprüfung durch Rechnungen unterschiedlicher „Schrittweite“ bei der Stufenapproximation zurückzukommen sein (siehe weiter unten).

Im Prinzip folgen die Modellrechnungen der vorliegenden Arbeit dieser vierpoltheoretischen Methode, die in ihrer Theorie wenigstens auch zu den korrekten Reziprozitätsaussagen führt [14].

Es stellt sich dabei heraus, daß in der Optik unter der im allgemeinen erfüllten Voraussetzung einer Lichtquelle ohne Strahlungskopplung ein gegenüber der generellen Formulierung des Reziprozitätstheorems nach Sommerfeld [15] spezifisches Reziprozitätstheorem gilt (siehe weiter unten). Die Modellrechnungen bestätigen diese Reziprozität exakt auch bei der Stufenapproximation eines Profils, worauf noch hingewiesen wird.

Überträgt man die aus der Vierpoltheorie bezüglich des Zusammenhanges zwischen Strom und Spannung am Eingang bzw. Ausgang des Vierpols bekannten Theoreme [16] auf den vorliegenden Fall der Optik, d.h. die Ausbreitung elektromagnetischer Wellen in einem Schichtsystem, so verknüpft die resultierende Kettenmatrix  $\|\mathbf{M}_{\text{res}}\|$  die elektrischen und magnetischen Feldstärken am Eingang des geschichteten Mediums bei  $z=0$  mit denen am Ausgang bei  $z_{\text{max}}$ .

Sind  $d_j$  die Dicken der jeweiligen Schichten, so ist

$$(11) \quad z_{\max} = \sum_j d_j$$

und es gilt:

$$(12) \quad \left\| \begin{array}{c} E(z=0) \\ H(z=0) \end{array} \right\| = \|\tilde{M}_{\text{res}}\| \cdot \left\| \begin{array}{c} E(z=z_{\max}) \\ H(z=z_{\max}) \end{array} \right\|$$

Die komplexen Koeffizienten der resultierenden Kettenmatrix sind dabei definiert durch:

$$(13) \quad \|\tilde{M}_{\text{res}}\| = \left\| \begin{array}{cc} \text{res}\tilde{m}_{11} & \text{res}\tilde{m}_{12} \\ \text{res}\tilde{m}_{21} & \text{res}\tilde{m}_{22} \end{array} \right\|.$$

Die resultierende Kettenmatrix ergibt sich aus dem Produkt der einzelnen Kettenmatrizen für jede (homogene) Schicht unter Beachtung der (nichtvertauschbaren!) Reihenfolge im Sinne der gegebenen Indizierung:

$$(14) \quad \|\tilde{M}_{\text{res}}\| = \|\tilde{M}_{j_{\max}}\| \cdot \|\tilde{M}_{j_{\max}-1}\| \cdot \dots \cdot \|\tilde{M}_{j=2}\| \cdot \|\tilde{M}_{j=1}\|.$$

Dabei gilt für die Kettenmatrix der einzelnen Schicht:

$$(15) \quad \|\tilde{M}_j\| = \left\| \begin{array}{cc} \chi_j \tilde{\varphi}_j & \tilde{Z}_j \text{shi} \tilde{\varphi}_j \\ \frac{1}{\tilde{Z}_j} \text{shi} \tilde{\varphi}_j & \chi_j \tilde{\varphi}_j \end{array} \right\|$$

mit

$$(16) \quad \tilde{\varphi}_j = \frac{\omega}{c} \tilde{n}_j \cdot d_j \quad \text{und} \quad \tilde{Z}_j = 120 \cdot \pi [\Omega] \cdot \frac{1}{\tilde{n}_j}.$$

Zu beachten ist, daß sich die angegebenen Formeln auf die Lichtausbreitung in der positiven  $z$ -Richtung beziehen. Auf die Umkehrung der Ausbreitungsrichtung wird weiter unten eingegangen.

Dieses Schichtungssystem, das das Profil darstellt, sei nun „eingebettet“ in zwei unendlich ausgedehnte Medien (vergleiche Abbildung 1): Das „Herkunftsmedium“ mit dem Wellenwiderstand  $\tilde{Z}_{\text{①}}$  und das „Abschlußmedium“ mit dem Wellenwider-

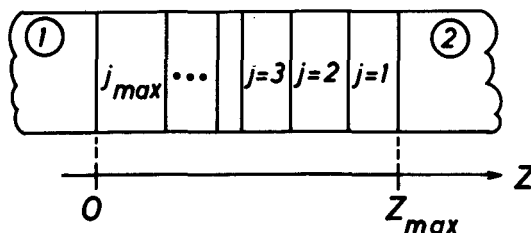


Abbildung 1:

Skizze zur Indizierung der optischen Konstanten bzw. Kettenmatrizen eines Schichtsystems, eingebettet in zwei unendlich ausgedehnte Medien ① und ②.

stand  $\tilde{Z}_{\textcircled{2}}$ . Die „unendliche Ausdehnung“ von ① nach  $-\infty$  bzw. von ② nach  $+\infty$  ist immer auch dann gegeben, wenn de facto die existierenden Begrenzungen unwirksam, d. h. reflexionsfrei sind. In einem solchen Fall, und das ist das eigentlich Wesentliche an der Voraussetzung, existiert kein an der Begrenzung reflektierter Wellenanteil, der ansonsten durch Überlagerung mit der hinlaufenden Welle zu einem Interferenzphänomen und damit zu einer Veränderung der Feldstärken führen wird.

Im Herkunftsmedium tritt andererseits eine reflektierte Welle auf, die resultierend gesehen, an der Grenzfläche zur Schichtung, also an der Stelle  $z = 0$  entsteht, und in die negative  $z$ -Richtung läuft.

Das auf die Strahlungsflußdichte  $\Phi$  (die „Intensität“) bezogene Reflexionsvermögen bei  $z = 0$  ist definiert als das Verhältnis der rücklaufenden Strahlungsflußdichte  $\Phi_r$  bei  $z = 0$  zu der einfallenden  $\Phi_e$ , ebenfalls bei  $z = 0$ , beide im Herkunftsmedium gemessen:

$$(17) \quad \bar{R}_{\textcircled{1} \rightarrow \text{Profil}} = \left( \frac{\Phi_r}{\Phi_e} \right)_{z=0 \text{ in } \textcircled{1}}.$$

Zu beachten ist, daß damit das zur Diskussion stehende Reflexionsvermögen  $\bar{R}_{\textcircled{1} \rightarrow \text{Profil}}$  definiert ist in Bezug auf die **getrennt**, also ohne Überlagerung bzw. Interferenz, betrachteten elektromagnetischen Wellen: die in  $z$ -Richtung auf die Grenzfläche bei  $z = 0$  einfallende Welle und die dann reflektierte Welle.

Man muß hinzufügen, daß damit ferner vorausgesetzt wird, es existiere keine Strahlungskopplung zwischen der die einfallende Welle emittierenden Lichtquelle („Sendeantenne“) und der reflektierten Welle.

Dieser in der herkömmlichen Optik übliche Standpunkt muß betont werden, denn er gilt nicht mehr, wenn die Lichtquelle neben Emissionsanteilen aus spontaner Emission auch nennenswerte Anteile aus stimulierter Emission aussendet. In einem solchen Fall beeinflußt die bei  $z = 0$  reflektierte Welle die einfallende Strahlungsflußdichte  $\Phi_e$ , so daß diese nicht mehr konstant ist, vielmehr von den Ausbreitungsbedingungen der abgestrahlten Welle selbst abhängig wird. In der Hochfrequenz- bzw. Antennentheorie ist dieser Umstand als „Strahlungskopplung“ bekannt und äußert sich in einem von den Ausbreitungsbedingungen abhängigen komplexen Strahlungswiderstand der Antenne. In der Optik liegen analoge Verhältnisse bei Lasern als Lichtquelle bzw. bei zwischengeschalteten Lichtverstärkern vor. – Die hiermit auch angesprochenen Probleme der Reziprozität sollen an anderer Stelle ausführlicher diskutiert werden.

Zunächst ergibt sich für den auf das Verhältnis der elektrischen Feldstärken bezogene Reflexionsfaktor<sup>2)</sup> mit der Definition

<sup>2)</sup> Für den auf das Verhältnis der **magnetischen** Feldstärken bezogene Reflexionsfaktor mit der analogen Definition

$$\begin{aligned} \tilde{r}_{H, \textcircled{1} \rightarrow \text{Profil}} &= \left( \frac{H_r}{H_e} \right)_{z=0 \text{ in } \textcircled{1}} \\ \text{gilt} \quad \tilde{r}_{H, \textcircled{1} \rightarrow \text{Profil}} &= -\tilde{r}_{\textcircled{1} \rightarrow \text{Profil}}. \end{aligned}$$

Diese Größe wird jedoch im folgenden nicht explicite benötigt, da sie stets bereits durch den Reflexionsfaktor  $\tilde{r}_{\textcircled{1} \rightarrow \text{Profil}}$  ausgedrückt ist.

$$(18) \quad \tilde{r}_{\textcircled{1} \rightarrow \text{Profil}} = \left( \frac{E_r}{E_e} \right)_{z=0 \text{ in } \textcircled{1}}$$

aus der Vierpoltheorie das Resultat

$$(19) \quad \tilde{r}_{\textcircled{1} \rightarrow \text{Profil}} = \frac{\tilde{W}_{\text{res}}(z=0) - \tilde{Z}_{\textcircled{1}}}{\tilde{W}_{\text{res}}(z=0) + \tilde{Z}_{\textcircled{1}}}$$

Dabei tritt der vom komplexen Wellenwiderstand des Abschlußmediums  $\tilde{Z}_{\textcircled{2}}$  abhängige Eingangswiderstand des Profils bei  $z=0$   $\tilde{W}_{\text{res}}(z=0)$  auf, für ihn gilt

$$(20) \quad \tilde{W}_{\text{res}}(z=0) = \frac{\text{res}\tilde{m}_{11} \cdot \tilde{Z}_{\textcircled{2}} + \text{res}\tilde{m}_{12}}{\text{res}\tilde{m}_{21} \cdot \tilde{Z}_{\textcircled{2}} + \text{res}\tilde{m}_{22}}.$$

Für das auf die Strahlungsflußdichten bezogene Reflexionsvermögen ergibt sich damit

$$(21) \quad \tilde{R}_{\textcircled{1} \rightarrow \text{Profil}} = \left| \tilde{r}_{\textcircled{1} \rightarrow \text{Profil}} \right|^2 = \left| \frac{\tilde{Z}_{\textcircled{1}} - \tilde{W}_{\text{res}}(z=0)}{\tilde{Z}_{\textcircled{1}} + \tilde{W}_{\text{res}}(z=0)} \right|^2.$$

Betrachtet man nunmehr das Transmissionsvermögen des Profils  $\tilde{T}$ , so ist dieses definiert durch das Verhältnis der austretenden Strahlungsflußdichte im Abschlußmedium  $\textcircled{2}$  bei  $z=z_{\text{max}}$  zu der einfallenden Strahlungsflußdichte im Herkunftsmedium  $\textcircled{1}$  bei  $z=0$ :

$$(22) \quad \tilde{T}_{\textcircled{1} \xrightarrow{\text{Profil}} \textcircled{2}} = \frac{\Phi_{\text{in } \textcircled{2}}; z=z_{\text{max}}}{\Phi_{\text{e in } \textcircled{1}}; z=0}.$$

Aus der Vierpoltheorie ergibt sich für das entsprechende Verhältnis der elektrischen Feldstärken, d.h. den damit definierten komplexen Transmissionsfaktor  $t^3$ ):

$$(23) \quad \tilde{t}_{\textcircled{1} \xrightarrow{\text{Profil}} \textcircled{2}} = \frac{E \text{ in } \textcircled{2}; z=z_{\text{max}}}{E \text{ in } \textcircled{1}; z=0}$$

das Resultat

$$(24) \quad \tilde{t}_{\textcircled{1} \xrightarrow{\text{Profil}} \textcircled{2}} = \frac{2/\tilde{Z}_{\textcircled{1}}}{\text{res}\tilde{m}_{22} \frac{1}{\tilde{Z}_{\textcircled{2}}} + \text{res}\tilde{m}_{12} \frac{1}{\tilde{Z}_{\textcircled{1}}\tilde{Z}_{\textcircled{2}}} + \text{res}\tilde{m}_{21} + \text{res}\tilde{m}_{11} \frac{1}{\tilde{Z}_{\textcircled{1}}}}.$$

Für den Zusammenhang zwischen der Amplitude der elektrischen Feldstärke  $E_0$  einer elektromagnetischen Welle und der durch sie getragenen Strahlungsflußdichte als dem zeitlichen Mittelwert der Energiestromdichte an der betrachteten Stelle gilt allgemein

$$(25) \quad \Phi = \frac{1}{2} c \cdot \epsilon_0 \cdot E_0^2 \cdot \text{Re}(\tilde{n}).$$

<sup>3)</sup> Der analog auf das Verhältnis der **magnetischen** Feldstärken bezogene komplexe Transmissionsfaktor ist wiederum davon verschieden. Auf seine Einführung kann hier ebenfalls verzichtet werden, da das Verhältnis von elektrischer zu magnetischer Feldstärke jeweils durch den Wellenwiderstand gegeben ist.

Somit ergibt sich für das gesuchte Transmissionsvermögen des Profils

$$(26) \quad T_{\text{Profil}}^{\textcircled{1} \rightarrow \textcircled{2}} = \left| \tilde{t}_{\text{Profil}}^{\textcircled{1} \rightarrow \textcircled{2}} \right|^2 \frac{\operatorname{Re}(\tilde{n}_{\textcircled{2}})}{\operatorname{Re}(\tilde{n}_{\textcircled{1}})}.$$

### III. Reflexion und Transmission am Profil bei Richtungsumkehr

Die Betrachtung der Reflexions- und Transmissionsverhältnisse am Profil bei der Umkehrung der Lichtausbreitungsrichtung in Bezug auf den im allgemeinen ortsunsymmetrischen Profilverlauf ist nicht nur vom experimenteltechnischen Standpunkt aus gesehen interessant, etwa zur Verwendung als „unabhängige Messung“ im Rahmen der Parameterbestimmung des Profils, sondern auch im Hinblick auf die allgemeingültigen Reziprozitätsfragen der Optik von grundsätzlicher Bedeutung.

Bezüglich der Lösung mit Hilfe der Vierpoltheorie ist zu sagen, daß bei Umkehr der Ausbreitungsrichtung die resultierende Kettenmatrix durch die „Umkehrmatrix“  $\|\tilde{M}_{\text{res}}^u\|$  (nicht: die reziproke Matrix!) zu ersetzen ist, die sich aus den Koeffizienten der ursprünglichen Matrix wie folgt ableiten läßt:

$$(27) \quad \|\tilde{M}_{\text{res}}^u\| = \left\| \begin{array}{cc} \text{res} \tilde{m}_{22} & \text{res} \tilde{m}_{12} \\ \text{res} \tilde{m}_{21} & \text{res} \tilde{m}_{11} \end{array} \right\| \frac{1}{|\tilde{M}_{\text{res}}|}.$$

Ansonsten ist nunmehr das Herkunftsmedium dasjenige mit dem Wellenwiderstand  $\tilde{Z}_{\textcircled{2}}$  und das Abschlußmedium dasjenige mit dem Wellenwiderstand  $\tilde{Z}_{\textcircled{1}}$ . In den Formeln für das Reflexionsvermögen bzw. Transmissionsvermögen sind die entsprechenden Vertauschungen vorzunehmen.

Wichtig erscheint der Hinweis, daß sich die Beziehung für die Umkehrmatrix dadurch vereinfacht, daß die Determinate der resultierenden Matrix, definiert durch

$$(28) \quad |\tilde{M}_{\text{res}}| = \text{res} \tilde{m}_{11} \cdot \text{res} \tilde{m}_{22} - \text{res} \tilde{m}_{12} \cdot \text{res} \tilde{m}_{21},$$

stets gleich Eins ist. Dies ist eine notwendige Folge des Umstandes, daß für jede einzelne Kettenmatrix gemäß Gleichung (15) die Determinate den Wert Eins besitzt und andererseits die Determinate der Produktmatrix von Matrizen mit der Determinate Eins stets ebenfalls gleich Eins ist.

Die nochmalige Umkehrung der Umkehrmatrix führt, wie das naturgemäß der Fall sein muß, zu ursprünglichen Kettenmatrix zurück.

Das Reflexionsvermögen ergibt sich als richtungsabhängig, d. h. richtungsunsymmetrisch, für ortsunsymmetrische Profile und zwar auch dann, wenn das Herkunfts- und Abschlußmedium das gleiche sind. Eine „Reziprozität“ bezüglich des Reflexionsverhaltens ist insofern also nicht gegeben.

Nach dem Reziprozitätstheorem für elektromagnetische Wellen muß jedoch bezüglich der Vertauschung von „Sender“ und „Empfänger“ Reziprozität bestehen, solange die Materie „linear“ ist, d. h. die Dielektrizitätskonstante nicht von der Feldstärke abhängt, und die Einbettungsmedien von Sender und Empfänger gleich oder beide nichtabsorbierend sind. – Bezüglich der zahlreichen Formulierungen bzw. Diskussionen des Reziprozitätsgesetzes sei hier nur auf zwei Literaturstellen verwiesen [14].

Im vorliegenden Zusammenhang bedeutet Reziprozität die Gleichheit des Transmissionsvermögens bei der Umkehrung der Ausbreitungsrichtung der Strahlung<sup>4)</sup>. Die Forderung lautet also:

$$(29) \quad \overline{T}_{\text{Profil}}^{\text{①} \rightarrow \text{②}} = \overline{T}_{\text{Profil}}^{\text{②} \rightarrow \text{①}} \text{ bzw. } \overline{T} = \overline{T}^u.$$

Aufgrund der angegebenen Berechnung des Transmissionsvermögens ergibt sich:

$$(30) \quad \overline{T}_{\text{Profil}}^{\text{②} \rightarrow \text{①}} = |\tilde{t}^u|^2 \frac{\operatorname{Re}(\tilde{n}_{\text{①}})}{\operatorname{Re}(\tilde{n}_{\text{②}})}.$$

Für den dabei benötigten Transmissionsfaktor für die umgekehrte Lichtausbreitungsrichtung  $\tilde{t}^u$  ergibt sich andererseits mit Hilfe von Gl. (24) und (27)

$$(31) \quad \tilde{t}^u = \tilde{t} \frac{\tilde{Z}_{\text{①}}}{\tilde{Z}_{\text{②}}},$$

so daß sich das Transmissionsvermögen bei Richtungsumkehr ergibt zu

$$(32) \quad \overline{T}^u = \overline{T}_{\text{Profil}}^{\text{②} \rightarrow \text{①}} = |\tilde{t}_{\text{Profil}}^{\text{①} \rightarrow \text{②}}|^2 \frac{|\tilde{n}_{\text{②}}|^2}{|\tilde{n}_{\text{①}}|^2} \cdot \frac{\operatorname{Re}(\tilde{n}_{\text{①}})}{\operatorname{Re}(\tilde{n}_{\text{②}})}.$$

Gleichheit und damit Reziprozität des Transmissionsvermögens ergibt sich also im vorliegenden Fall der nach Voraussetzung fehlenden Strahlungskopplung zwischen Sender und der zum Sender zurückreflektierten Strahlung (!) unter Bedingung:

$$(33) \quad \frac{|\tilde{n}_{\text{②}}|^2}{|\tilde{n}_{\text{①}}|^2} \cdot \frac{\operatorname{Re}(\tilde{n}_{\text{①}})}{\operatorname{Re}(\tilde{n}_{\text{②}})} = \frac{\operatorname{Re}(\tilde{n}_{\text{②}})}{\operatorname{Re}(\tilde{n}_{\text{①}})},$$

die umgeformt werden kann aufgrund der geometrischen Beziehungen in der komplexen Ebene zur Darstellung der komplexen Brechungsindizes für die Medien ① und ② als den Herkunfts- bzw. Abschlußmedien (siehe Abbildung 2) in

$$(34) \quad \left[ \frac{|\tilde{n}|}{\operatorname{Re}(\tilde{n})} \right]_{\text{①}} = \left[ \frac{|\tilde{n}|}{\operatorname{Re}(\tilde{n})} \right]_{\text{②}}$$

bzw.

$$(35) \quad \varphi_{\text{①}} = \varphi_{\text{②}},$$

also in die Bedingung für die

$$(36) \quad \boxed{\begin{array}{l} \text{„Optische Reziprozität“} \\ \text{wenn } \left[ \frac{k}{n} \right]_{\text{①}} = \left[ \frac{k}{n} \right]_{\text{②}} \end{array}} \quad ^5)$$

<sup>4)</sup> Dies entspricht der allgemeinen Erfahrung z.B. mit Interferenzfiltern, bei denen eine Seite hochreflektierend, die andere jedoch schwachreflektierend ist. Das Transmissionsvermögen ist dabei richtungsunabhängig.

<sup>5)</sup> Auf dieses Resultat wurde, wenn auch aufgrund einer anders geführten Argumentation bzw. Rechnung, bereits von v. Fragstein hingewiesen [17].

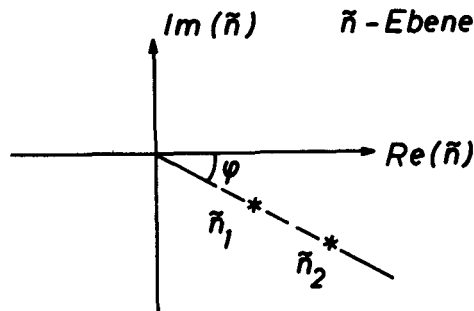


Abbildung 2:

Skizze zum geometrischen Ort des komplexen Brechungsindex von Herkunfts- und Abschlußmedium bei „optischer Reziprozität“: beide besitzen den gleichen polaren Winkel  $\varphi$ .

Unter der Voraussetzung der „Rückwirkungsfreiheit“ liegt also Reziprozität bezüglich der Strahlungsflußdichten im Durchgang durch ein beliebiges Profil optischer Konstanten vor

- a) bei gleichen Medien auf beiden Seiten,
- b) wenn die unterschiedlichen Medien auf beiden Seiten nichtabsorbierend sind und
- c) wenn bei unterschiedlichen und absorbierenden Medien auf beiden Seiten die Quotienten der optischen Konstanten der jeweiligen Medien gleich sind.

Der letzte Fall c) stellt eine Erweiterung des Reziprozitätstheorems gegenüber dem Fall strahlungsgekoppelter Antennen dar, die jedoch allein auf dem Umstand beruht, daß die betrachtete Reziprozität auf das definierte Transmissionsvermögen bezogen ist, bei dem die einfallende Strahlungsflußdichte als gegeben und konstant vorausgesetzt wird, unabhängig davon, ein wie großer reflektierter Strahlungsfluß beim Durchgang der Strahlung durch das beliebig zusammengesetzte Zwischenmedium auftritt.

In praktischen Fällen ist Reziprozität bereits mit guter Annäherung gegeben, wenn Herkunfts- und Abschlußmedium „schwach absorbierend“ sind, d.h. wenn in beiden Fällen gilt:  $(k/n) \ll 1$ .

#### IV. Modellrechnungen für eine diffusionsdotierte Si-Probe

Die Siliziumprobe sei diffusionsdotiert und besitze aufgrund der Präparationsbedingungen (Diffusion mit Hilfe einer quasi-unerschöpflichen Oberflächenquelle; keine Nachdiffusion) im Oberflächenbereich ein  $\text{erfc}$ -Profil an Akzeptoren. Unter Vernachlässigung spezieller Oberflächenbandverbiegungen besitzt damit die Konzentration freier Löcher folgende Ortsfunktion:

$$(37) \quad N_p = N_p(z=0) \operatorname{erfc}\left(\frac{z}{z_D}\right).$$

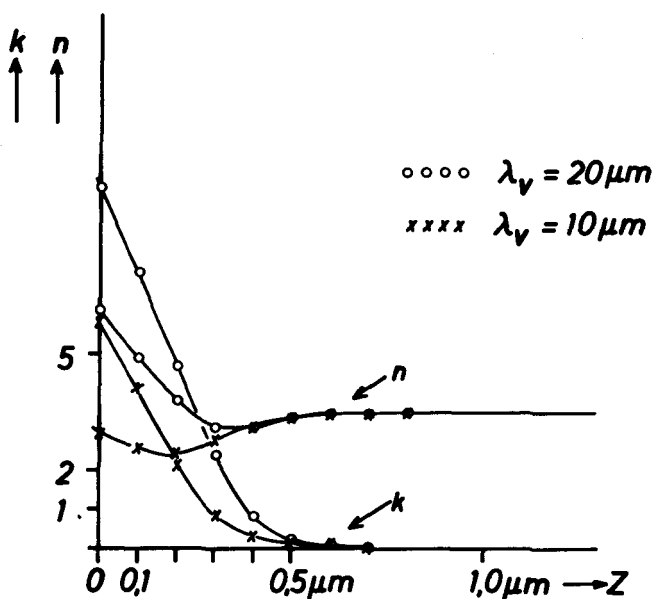


Abbildung 3:

Verlauf der Ortsfunktion der optischen Konstanten in einem durch Diffusionsdotierung in Silizium eingebauten erfc-Trägerdichteprofil für 10 µm und 20 µm Vakuumwellenlänge (Parameter siehe Text).

Für die Probe sollen die folgenden Parameter gelten, die praktischen experimentellen Gegebenheiten repräsentativ entsprechen (siehe weiter unten):

Grunddotierung	$N_n = 1,6 \cdot 10^{14} \text{ cm}^{-3}$
Tiefenlage des p-n-Überganges	$z_{p=n} = 1,0 \text{ µm}$
Oberflächenkonzentration	$N_p(z=0) = 3,38 \cdot 10^{20} \text{ cm}^{-3}$
Parameter der erfc-Funktion	$z_D = 0,28 \text{ µm}^6$
Stoßzeit der Löcher [19]	$\tau_p = 6,79 \cdot 10^{-15} \text{ s}$
Effektive Maße der Löcher [22]	$m_p^* = 0,446 m_0$
Dicke der Probe	$d = 1,43 \text{ mm}$
Komplexer Brechungsindex des Grundmaterials	$n_b = n_{i, \text{Si}} = 3,5$

Für die spezifische Leitfähigkeit in der Oberfläche bei  $z = 0$  ergibt sich mit diesen Parametern der Wert  $\sigma_0 = 1,23 \cdot 10^5 [\Omega \cdot \text{m}]^{-1}$ .

Unter Verwendung der Drude-Theorie für die optischen Konstanten ergibt sich mit  $N_p(z)$  ein ortsabhängiger Verlauf von Brechungs- und Absorptionsindex, der in Abbildung 3 für die Vakuumwellenlängen 10 und 20 µm dargestellt ist.

<sup>6)</sup>  $z_D = \sqrt{4 D t}$ . Hier entsprechend einer Diffusionszeit von  $t = 2 \text{ h}$  bei  $1000^\circ \text{C}$  mit der Diffusionskonstanten für Bor  $D = 2 \cdot 10^{-18} [\text{m}^2/\text{s}]$  (nach [18]).



Dabei ist die effektive Masse konzentrationsunabhängig zu verwenden, da für p-Si im relevanten Konzentrationsbereich entsprechende experimentelle Befunde vorliegen [22], [28]. Die geringe Konzentrationsabhängigkeit der Stoßzeit  $\tau \sim N_p^{-0,064}$  für  $9 \cdot 10^{18} < N_p < 1 \cdot 10^{21} \text{ cm}^{-3}$  [28] wurde für die vorliegende Modellstudie vernachlässigt.

Interessant erscheint in  $\tilde{n}(z)$  sowohl das Auftreten eines Minimums im Brechungsindex als Funktion des Ortes in der Kurve für  $10 \text{ }\mu\text{m}$  als auch der Anstieg des Brechungsindex zu vergleichsweise sehr hohen Werten im Oberflächenbereich. Ist ersteres auf die Situation der Plasmaresonanz zurückzuführen<sup>7)</sup>, so ist letzteres eine Folge des Überganges in den Näherungsbereich nach Hagen und Rubens, in dem schließlich mit wachsendem Quotienten  $\sigma_{\text{opt}}(\omega)/\omega$  asymptotisch  $n=k$  wird, wobei die Werte proportional zu  $\sqrt{\sigma_{\text{opt}}/\omega}$  anwachsen. Mit abnehmender Frequenz geht weiterhin die optische Leitfähigkeit asymptotisch in die Gleichstromleitfähigkeit über, so daß schließlich gilt:

$$(38) \quad n(\omega) = k(\omega) = \sqrt{\frac{\sigma_0}{\epsilon_0 \cdot \omega}} \quad \text{für } \sigma_{\text{opt}} \text{ groß und } \omega \rightarrow 0.$$

Die Stellen der Plasmaresonanz sind in der Abbildung 3 für  $10 \text{ }\mu\text{m}$  bzw.  $20 \text{ }\mu\text{m}$  Vakuumwellenlänge unmittelbar an der Gleichheit von  $n$  und  $k$ , d. h. am Kreuzungspunkt der Kurven  $n(z)$  und  $k(z)$  zu erkennen<sup>7)</sup>.

Es sei bemerkt, daß vielfach ohne Einschränkung die Meinung vertreten wird, daß eine elektromagnetische Welle stets in einer Ebene der Plasmaresonanz, also bei  $z(n=k)$  reflektiert werde und zwar vollständig (z. B. [23]). Dies trifft jedoch nicht allgemein zu, gilt vielmehr nur für dämpfungsfree Plasmen, d. h. für den Fall  $n=k=0$  in Verbindung mit einer Grenzflächenreflexion am Übergang zu einem entsprechenden Halbraum bzw. bei Profilen im Brechungsindex unter der Voraussetzung der geometrisch-optischen Näherungsmöglichkeit (siehe oben).

Für das zu diskutierende Profil erfolgen nunmehr alle weiteren Modellrechnungen für das optische Verhalten nach den oben angegebenen Methoden der Matrizenrechnung. Dabei wird die Probe im Bereich merklicher Gradienten von  $n$  und  $k$  in eine äquidistante Folge von Schichten zerlegt. Zunächst wurde eine Einteilung in 10 Schichten gewählt (Schrittzahl  $S_z=10$ ) bei einer Schichtdicke von  $\Delta z=0,1 \text{ }\mu\text{m}$ . Die „Profilplatte“ ist damit  $1 \text{ }\mu\text{m}$  dick und besitzt, von der Oberfläche bei  $z=0$  ausgehend, an ihrem Ende bereits praktisch die bulk-Werte des Substrat-Siliziums entsprechend einem Abfall der Trägerkonzentration um den Faktor  $\text{erfc}(S_z \cdot \Delta z/z_D)$  hier  $\approx 6 \cdot 10^{-7}$ , d. h. einem Abfall der Gleichstromleitfähigkeit auf den Wert  $\sigma_{0, \text{ Si-Substrat}} \approx 3,3 [\Omega \cdot \text{m}]^{-1}$ .

Die nichtdotierte Oberfläche der Probe wird bei den Rechnungen als „nicht interferenzfähig weit entfernt“ angenommen, was bei der gegebenen Probendicke sehr

<sup>7)</sup> Die Inhomogenität der optischen Konstanten, d. h. die geringe Ausdehnung der Schicht, in der die Bedingung der Plasmaresonanz erfüllt ist, führt zu Fragen der räumlichen Dispersion bzw. zum Dispersionszusammenhang für Plasmonen. Darauf soll hier nicht näher eingegangen werden, da die Plasmaresonanzfrequenz selbst nicht weiter diskutiert wird.

groß gegen die in Betracht kommenden Lichtwellenlängen im Silizium und der mangelnden Oberflächenebenheit und -parallelität (infolge der gegebenen sogenannten „Rohpolitur“ der Probe) eine akzeptable Näherung darstellt.

Bei dieser Situation ist es möglich, das „Profil“ als selbständige „Platte“ aufzufassen und für sie die auf die Strahlungsflußdichte bezogenen Größen der Gesamtreflexion  $\bar{R}$  und Gesamttransmission  $\bar{T}$  anzugeben, wobei die Indizierung darauf hinweist, in welcher Richtung der Strahlungsfluß verläuft.

Für das Transmissionsvermögen  $\bar{T}$  der Profilplatte gilt nicht nur theoretisch, da sie in zwei unterschiedliche, aber absorptionsfreie Medien eingebettet ist (Luft und Silizium), sondern auch rechnerisch bei der Stufenapproximation bestätigt, die Reziprozität bei Richtungsumkehr, d. h. es ist (vergleiche Abbildung 4 für die Symbole):

$$(39) \quad \underset{\text{Profil}}{\bar{T}_{3,5}} \xrightarrow{1} = \underset{\text{Profil}}{\bar{T}_1} \xrightarrow{3,5}.$$

Das Reflexionsvermögen dagegen ist richtungsunsymmetrisch

$$(40) \quad \bar{R}_{3,5 \nearrow \text{Profil}} \neq \bar{R}_1 \searrow \text{Profil}.$$

Abbildung 5 zeigt den spektralen Verlauf der relevanten Spektren und zunächst das Reflexionsvermögen  $\bar{R}_{3,5 \nearrow \text{Profil}}$ , also „von innen am Profil“. Bei  $4,4 \mu\text{m}$  tritt in diesem Spektrum ein absolutes Minimum auf als Folge der Plasmaresonanzen in diesem Spektralbereich für jeweils unterschiedliche Schichten bei etwas unterschiedlichen Wellenlängen. Es handelt sich also um ein „integrales“ Minimum, das nicht mehr einer bestimmten Trägerkonzentration bzw. Plasmaresonanzfrequenz zugeordnet werden kann.

Um den asymptotischen Grenzwert von  $\bar{R}_{3,5 \nearrow \text{Profil}}$  bei hohen Frequenzen zu erhalten, bei denen der Einfluß freier Ladungsträger aus Trägheitsgründen ausfällt,

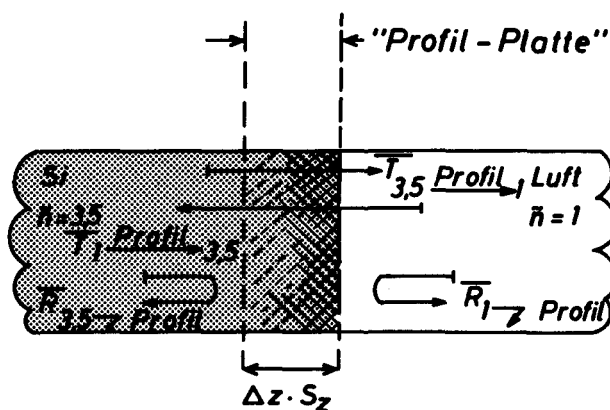


Abbildung 4:

Skizze zur Indizierung von Transmissions- bzw. Reflexionsvermögen an einem Trägerdichteprofil in Silizium, angrenzend an Vakuum bzw. Luft.

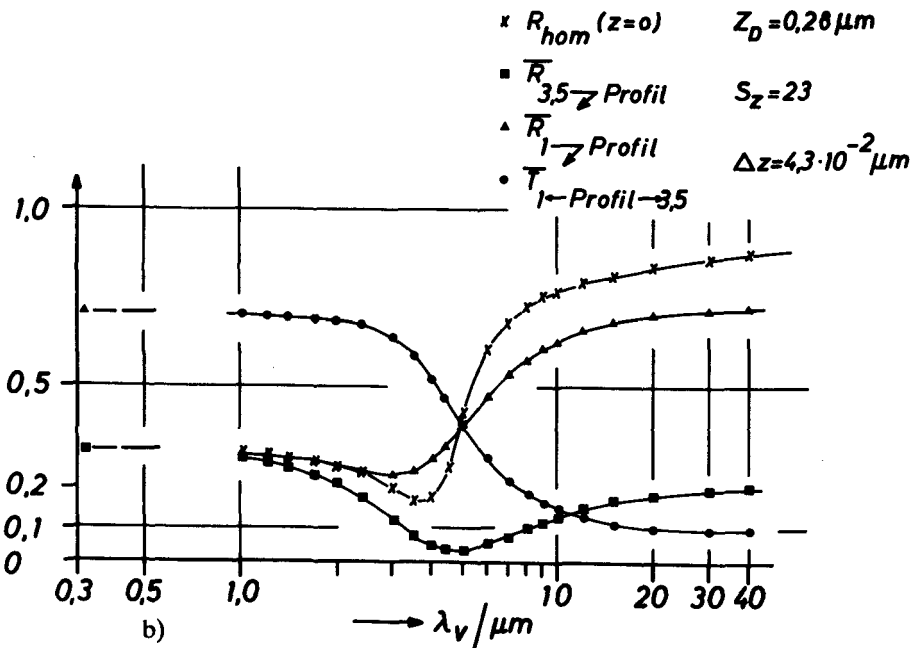
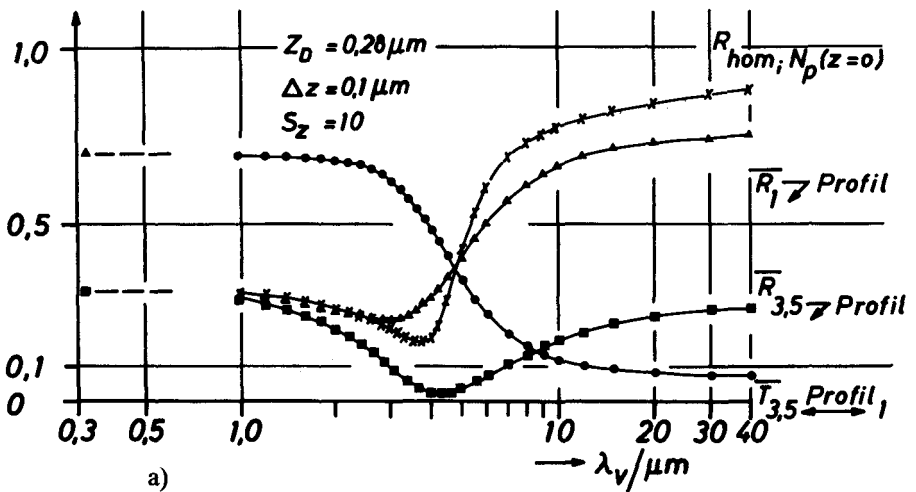


Abbildung 5:

Spektralverlauf von Transmissions- und Reflexionsvermögen nach der Modellrechnung für ein erfc-Profil in Silizium (nähere Erläuterungen und Parameterangaben siehe Text). Das Reflexionsvermögen ist für beide Strahlrichtungen angegeben, das Transmissionsvermögen ist richtungssymmetrisch. Die Berechnungen sind bei unterschiedlicher Schrittzahl  $S_z$  für die Stufenapproximation durchgeführt, aber so, daß in beiden Fällen gilt:  $S_z \cdot \Delta z = 1,0 \mu\text{m}$  ( $\Delta z$  = Schrittweite): a)  $S_z = 10$ ; b)  $S_z = 23$ . Parameter der erfc-Funktion:  $z_D = 0,28 \mu\text{m}$ .

wurde der (fiktive) Wert für  $\bar{R}_{3,5 \rightarrow \text{Profil}}$  bei  $0,33 \mu\text{m}$  mit der konstanten Hochfrequenz-DK  $n_{i,\text{Si}}^2 = \epsilon_{\text{HF, Si}} = 12,25$  berechnet. Wie zu erwarten, ergibt sich der gleiche Wert für völlige Abwesenheit freier Ladungsträger, d.h. das (richtungssymmetrische!) Reflexionsvermögen  $R$  an der Grenzfläche zweier Medien mit einerseits  $\bar{n} = 3,5$  (reines Si) und andererseits  $\bar{n} = 1$  (Luft):

$$(41) \quad \bar{R}_{3,5 \rightarrow \text{Profil}} = R_{3,5 \rightarrow 1} = \left( \frac{3,5-1}{3,5+1} \right)^2 = 0,309.$$

Grenzwert  $\omega \rightarrow \infty$       1  $\rightarrow$  3,5

Abbildung 5 zeigt ferner das Reflexionsvermögen am Profil für die umgekehrte Strahlrichtung  $R_{1 \rightarrow \text{Profil}}$ .

Schließlich ist eingezeichnet das richtungsunabhängige Transmissionsvermögen  $T_{1 \leftarrow \text{Profil} \rightarrow 3,5}$ .

Die Abbildung 5 zeigt außerdem zum Vergleich das berechnete Reflexionsspektrum mit Einfall aus Luft an einer **homogenen** Probe mit den optischen Konstanten, die die diffusionsdotierte Probe in der Oberfläche bei  $z = 0$  aufweist. Dieser Vergleich erlaubt die Beurteilung des Fehlers, der auftritt, wenn man in Fehleinschätzung der Situation bzw. ohne Kenntnis der Existenz eines Trägerdichteprofiles das Reflexionsspektrum so interpretiert, als ob es einer homogenen Probe zükäme.

Die Unterschiede in den Reflexionsspektren sind sowohl qualitativer als auch quantitativer Art. Die „optische Wirkung“ des Trägerdichteprofiles ist demnach wie folgt zu diskutieren.

1. Es tritt für die Strahlrichtung einfallend von Luft auf die Probenoberfläche ein relativ stark abgesunkenes Reflexionsminimum auf, so daß der Spektralverlauf bei grober Betrachtung dem des Reflexionsvermögens einer Probe mit homogener Trägerkonzentration entspricht. Dabei liegen die Reflexionswerte bei großen Wellenlängen in vergleichbar großer Höhe nahe bei Eins wie bei homogen dotierten Proben. Das legt die Versuchung nahe, das absolute Reflexionsminimum als Plasmaresonanzminimum zu interpretieren und damit einer bestimmten Trägerkonzentration zuzuordnen.

Das Minimum ist jedoch eine Folge der Wellenausbreitung durch das Trägerdichteprofil. Dementsprechend hat die spektrale Lage des Minimums, im vorliegenden Fall bei  $3,0 \mu\text{m}$ , auch nichts mit der Oberflächenkonzentration der Probe an der Lichteinfallseite zu tun. Dafür ergäbe sich hier, mit den **Oberflächen**parametern des Profils berechnet, eine Wellenlänge von  $3,7 \mu\text{m}$ . Würde man also das Reflexionsspektrum fälschlicherweise einer homogenen Probe zuordnen, so würde sich, gestützt auf die Wurzelabhängigkeit der Plasmaresonanzfrequenz von der Trägerdichte, eine um den Faktor

$$(42) \quad \sqrt{\frac{3,7}{3,0}} \approx 1,11$$

zu große Oberflächenträgerdichte als „Meßwert“ ergeben, entsprechend einem Fehler von ca. 10% im vorliegenden Fall.

2. Das Reflexionsvermögen „von innen“ am Profil ist insgesamt von geringerer Stärke, besitzt aber bei einer unterschiedlichen Wellenlänge wie das Reflexionsvermögen „von außen“ ein absolutes Minimum (hier bei  $4,4 \mu\text{m}$ ). Dieser Tatbestand ist nicht so erstaunlich, da der Lichteinfall jetzt auf die „weiche Seite“ des Profils erfolgt, die ortsabhängigen Werte der Trägerkonzentration und damit die ortsabhängigen Plasmaresonanzen demnach in umgekehrter Reihenfolge durchlaufen werden. Dabei sind auch die Absorptionsverhältnisse zu berücksichtigen, die bewirken, daß die erst nach größeren Laufstrecken dort angetroffenen hohen optischen Konstanten infolge der bereits reduzierten Strahlungsflußdichte geringer „gewichtet“ werden. – Es ist eben zu beachten, daß das optische Verhalten eines Profils nicht in so einfacher Weise „anschaulich“ zu verstehen ist.

3. Über das Auftreten eines absoluten, plasmaresonanzartigen Minimums in den Reflexionsspektren hinaus zeigt der spektrale Verlauf weder in Reflexion noch in Transmission eine interferenztypische „oszillatorische“ Struktur.

Diese Feststellung gilt für den hier diskutierten erfc-Profilverlauf. Für andere Profilformen, insbesondere mit Bereichen reduzierter Trägerkonzentration, d. h. reduzierter Absorption, sollte man dagegen auf Interferenz beruhende Selektivitäten erwarten<sup>8)</sup>.

Bemerkenswert erscheint hier beim erfc-Profil der Umstand, daß es im Reflexionsvermögen  $R_{1\rightarrow\text{Profil}}$ , d. h. von Luft aus an der diffusionsdotierten Oberfläche, auf der kurzwelligen Seite des Minimums nicht zu einem „Überschwingen“ kommt, das Reflexionsvermögen vielmehr stets kleiner ist als es dem asymptotischen Grenzwert zu hohen Frequenzen hin bei Ausfall des Einflusses freier Träger entspricht.

Ein derartiges Überschwingen im Reflexionsspektrum wurde im Hause von Gavrilis [25] an mehreren diffusionsdotierten Proben experimentell gefunden. Eine Deutung steht damit noch aus.

4. Das richtungssymmetrische Transmissionsvermögen stellt sich im vorliegenden Fall als eine monoton mit der Wellenlänge fallende Funktion sigmoider Form heraus. Das richtungsunsymmetrische Reflexionsvermögen tritt hier also nicht die Spektralstruktur beeinflussend in Erscheinung.

Der hypothetische Grenzwert des Transmissionsvermögens bei kleinen Wellenlängen ist durch das Grenzschichtreflexionsvermögen des Substrates ohne freie Träger gegen Luft gegeben, falls die Hochfrequenz-Dielektrizitätskonstante als frequenzkonstant mit dem Wert im Infrarotbereich auf der langwelligen Seite vor der Absorptionskante beizubehalten ist.

Im vorliegenden Fall gilt also

$$(43) \quad T(\lambda \ll \lambda_{\min}) = 1 - R_{1\rightarrow 3,5} = 0,69 \approx 0,7.$$

<sup>8)</sup> Vergleichbare oszillatorische Strukturen auf der kurzwelligen Seite der plasmaresonanzartigen Reflexionskante wurden von H. M. A. Schleijsen [24] am  $\text{Cd}_3\text{As}_2$  im Reflexionsspektrum „von außen“ gefunden und anhand von Matrizen-Modellrechnungen mit Hilfe einer Verarmungsrandschicht im Oberflächenbereich gedeutet.

Dieser Wert ist in Abbildung 5 als Orientierungswert bei  $\lambda_v = 0,3 \mu\text{m}$  eingezeichnet.

Mit wachsender Wellenlänge geht  $T_{1 \leftarrow \text{Profil} \rightarrow 3,5}$  andererseits asymptotisch gegen Null entsprechend dem Anwachsen von  $n=k$  im Hagen-Rubensschen Näherungsbereich mit einem Pol bei  $\omega=0$ .

Interessant erscheint der Umstand, daß, wie die Modellrechnungen für das erfc-Profil ergeben, der Wendepunkt in dem Spektrum des Transmissionsvermögens praktisch genau bei der Wellenlänge des Reflexionsminimums  $\bar{R}_{3,5 \nearrow \text{Profil}}$  liegt. Dies gilt auch für ein erfc-Profil mit größerem  $z_D$ -Wert. Vergleiche dazu Abbildung 10. Inwieweit diese spektrale Koordinierung generalisiert werden kann in Bezug auch auf andere Profilformen, bleibt noch zu untersuchen.

5. Das Absorptionsvermögen des Profils A, definiert als der relative Anteil der im gesamten Profil absorbierten Strahlungsleistung, ist eine weitere wichtige und bezüglich des spektralen Verlaufs interessante Größe.

Bildet man dementsprechend durch Darstellung der Differenz das (richtungsabhängige!) Absorptionsvermögen gemäß

$$(44) \quad \bar{A}_{\leftarrow \text{Profil} \rightarrow} = 1 - (\bar{R}_{\nearrow \text{Profil}} + T_{\leftarrow \text{Profil} \rightarrow})^9,$$

so erhält man für beide Strahlrichtungen unterschiedliche Spektralfunktionen, die in Abbildung 6 dargestellt sind. Ihre Maxima liegen korrespondierend der unterschiedlichen Reflexionsvermögen bei unterschiedlichen Wellenlängen. Die gesamte Spektralstruktur ist charakteristisch verschieden. Das absolute Maximum des Absorptionsvermögens liegt bei der Strahlrichtung mit dem Einfall aus Luft auf die Probe, nicht wie vielleicht erwartet, bei dem absoluten Reflexionsminimum, also bei  $3,0 \mu\text{m}$ , sondern im vorliegenden Fall bei  $4,2 \mu\text{m}$ . Das absolute Maximum des Absorptionsvermögens liegt bei der umgekehrten Strahlrichtung ebenfalls weit ab vom Minimum des Reflexionsvermögens dieser Strahlrichtung, im vorliegenden Fall bei  $9,0 \mu\text{m}$ .

Damit besteht die interessante Möglichkeit, mit Hilfe der Spektren der richtungsunsymmetrisch absorbierten Strahlungsleistung ebenfalls differenzierte Aussagen über die Profilform der Trägerdichte bzw. der optischen Konstanten zu gewinnen, z.B. auf der Basis einfacher kalorimetrischer Messungen bzw. mit Hilfe des Photoakustischen Effektes.

Zugleich kann beim photoakustischen Effekt die Abhängigkeit der Signalstärke vom Verhältnis der Eindringtiefe des Lichtes zur Temperaturdiffusionslänge zur Tiefendifferenzierung des Absorptionsverhaltens und damit wiederum zur Analyse der Profilform ausgenutzt werden. In der bekannten Technik beim photoakustischen Effekt als Meßprinzip erfolgt diese Tiefenanalyse über die Abhängigkeit der Temperaturdiffusionslänge von der Shopperfrequenz des Lichtes im Sinne der Theorie der sich in der Probe ausbreitenden Wärmewellen.

<sup>9)</sup> Da die „Herkunftsmedien“ (hier Luft bzw. Substrat-Silizium ohne freie Träger) absorptionsfrei sind, ist diese Beziehung korrekt. Anderenfalls wären Leistungseinsparungen durch Interferenzen im Herkunftsmedium zu berücksichtigen. – Vergleiche dazu die Diskussion des „gemischten Poyntingvektors“ bei der Reflexion in (insbesondere stark) absorbierenden Medien [26].

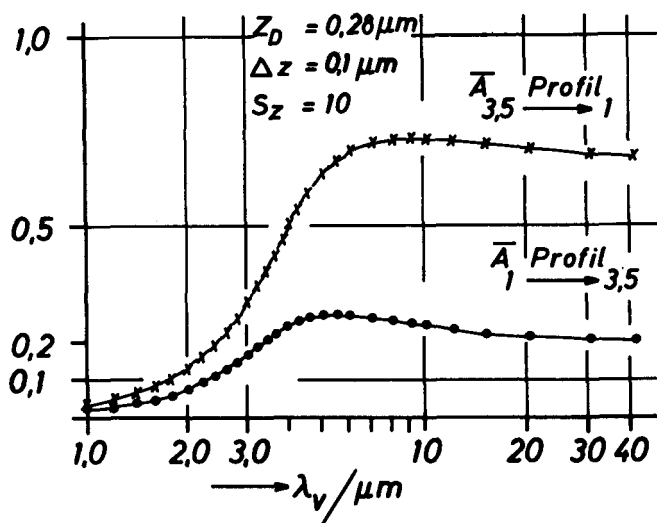


Abbildung 6:

Spektralverlauf des Absorptionsvermögens bei unterschiedlicher Strahlausbreitungsrichtung in einem erfc-Profil der Trägerdichte in Silizium (Parameterangaben siehe Text bzw. Abb. 5).

Mit dieser Abhängigkeit des Signals von der Shopperfrequenz wäre es leicht, insbesondere homogen dotierte Proben zu erkennen, da in diesem Fall mit abnehmender Shopperfrequenz die frequenztypische „Signalsättigung“ auftritt, bei der Spektralstrukturen der Absorption verlorengehen, während bei der Existenz von Profilen die Ortsfunktion des Absorptionskoeffizienten in diesen Frequenzgang modifizierend eingeht<sup>10)</sup>.

6. Der Umstand, daß die Spektralstruktur des inneren Reflexionsvermögens deutlicher auf die Existenz eines Trägerdichteprofiles reagiert als das Reflexionsvermögen „von außen“, ist von besonderer Bedeutung und auch qualitativ unmittelbar verständlich: Das Reflexionsvermögen „von außen“ wird wesentlich geprägt durch den großen Sprung im Realteil der DK, d. h. primär bereits vom Wechsel der Hochfrequenz-DK, hier von 1 (Luft) auf 3,5 (Silizium), und weniger vom Auftreten der freien Ladungsträger beim Medienwechsel, dies insbesondere bei höheren Frequenzen.

Das Reflexionsvermögen „von innen“ dagegen ist praktisch ausschließlich durch das (kontinuierlich ansteigende) Auftreten der freien Ladungsträger geprägt, während die Hochfrequenz-DK zunächst ungeändert bleibt. Deren „späterer“ Wechsel „hinter dem Profil“ bei  $z = 0$  wirkt sich vergleichsweise gering aus, da bis zu dieser Grenzfläche die Strahlungsflußdichte infolge Absorption bereits stark abgenommen hat. Von dort rücklaufende Strahlungsflußanteile werden sogar beim Durchgang

<sup>10)</sup> Bei der sogenannten Signalsättigung verbleibt jedoch im photoakustischen Signal die spektrale Abhängigkeit vom Reflexionsvermögen. – Auf die spezifische Meßtechnik des Photoakustischen Effektes soll jedoch an dieser Stelle nicht näher eingegangen werden.

durch das Profil durch Absorption nochmals so geschwächt, daß der resultierende Beitrag des bei  $z = 0$  reflektierten Anteils an der resultierenden Größe  $\bar{R}_{3,5} \nearrow \text{Profil}$  relativ gering bleibt,

Als Folge der relativ stärkeren Strukturierung des Reflexionsspektrums „von innen“ ist es u. U. „geschickter“, die Fragen des Profileinflusses auf das Reflexionsvermögen zu studieren bzw. die Profilform zu analysieren, indem man die Reflexion „von innen“ experimentell bestimmt. Man erreicht auf diese Weise eine höhere Nachweisempfindlichkeit bzw. Genauigkeit.

Entsprechende Messungen wird man dabei möglichst so vornehmen, daß man die bei Plattengeometrie und senkrechter Inzidenz unvermeidliche Addition eines Reflexionsanteils vom Eintritt in die Probe von der undotierten Seite her vermeidet. Dazu eignen sich Messungen an schräg angeschnittenen Proben bzw. prismatischen Probenkörpern, bei denen sich die Reflexion am Profil „von innen“ nicht nur additiv, sondern multiplikativ in der insgesamt reflektierten Strahlung bemerkbar macht.

Statt der Messung an einer Planplatte bei senkrechter Inzidenz (vergleiche Abb. 7 a)) empfehlen sich Strahlgeometrien nach Abbildung 7 b), bei denen die Reflexion am Profil immer noch mit nahezu senkrechter Inzidenz erfolgt.

Für die Strahlungsflußdichten in Reflexion gilt bei vernachlässigter Vielfachreflexion im Fall

$$(45) \quad \Phi_{\text{ges}}^R = \Phi_0 \cdot R_i + \Phi_0 (1 - R_i)^2 \bar{R}_{3,5} \nearrow \text{Profil}$$

$$(46) \quad \Phi_{\text{ges}}^R = \Phi_0 (1 - R_{i,\beta}) (1 - R_i) \bar{R}_{3,5} \nearrow \text{Profil}.$$

7. Die vorstehende Feststellung, daß das Reflexionsvermögen „von innen“ spezifischer ist für ein Trägerdichteprofil als das Reflexionsvermögen „von außen“, bestätigt sich auch bei der Betrachtung der Veränderungen der diskutierten Spektralstrukturen bei der Variation des charakteristischen Parameters  $z_D$  der erfc-Profilfunktion.

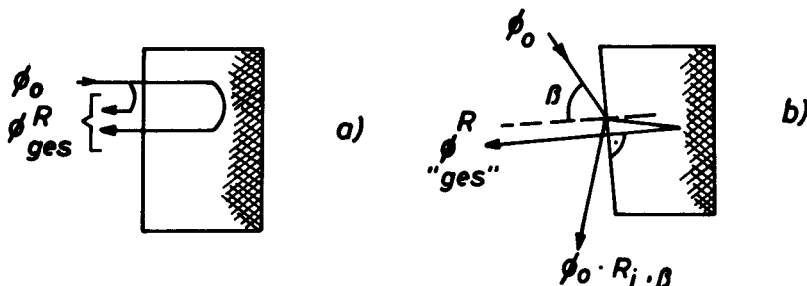


Abbildung 7:

Strahlengang und Reflexionsanteile zur Messung der Reflexion „von innen“ an einem Trägerdichte-profil (Vielfachreflexionen sind vernachlässigt)

a) Planplatte und senkrechte Inzidenz

b) Keilplatte und Inzidenz unter dem Winkel  $\beta$ .



Abbildung 10 zeigt die zu Abbildung 5 a) analogen Spektren für  $z_D = 0,7 \mu\text{m}$ , also um den Faktor 2,5 größeren Wert als es mit  $z_D = 0,28 \mu\text{m}$  den Abbildungen 5 a) und 5 b) entspricht. Dabei sind die Leitfähigkeitsparameter, d. h. die Oberflächenleitfähigkeit  $\sigma_0(z=0)$  unverändert beibehalten.

Man erkennt, daß sich, wie bei den jetzt kleineren Gradienten in den optischen Konstanten zu erwarten, der Verlauf des Reflexionsspektrums „von außen“ dem zum Vergleich dargestellten Spektrum des Reflexionsvermögens an einem homogenen Halbraum mit  $\sigma_0(z \geq 0) = \sigma_0(z=0)$  annähert, also bezüglich des Profileinflusses uncharakteristischer wird. Das Minimum verschiebt sich dabei spektral von der Position bei  $3,0 \mu\text{m}$  auf den Wert  $\lambda_V = 3,5 \mu\text{m}$ .

Das Reflexionsvermögen „von innen“ behält jedoch seine Minimumslage praktisch bei und wird dabei noch ausgeprägter.

Die Transmission wird insgesamt kleiner, behält aber die sigmoide Form mit Wendepunkt beim Minimum des Reflexionsvermögens „von innen“ praktisch bei.

Der quantitative Vergleich der Spektren von Abbildung 5 (a und b) mit denen von Abbildung 10 erlaubt unmittelbar die Beurteilung der „Empfindlichkeit“ der optischen Wirkung des Profils bei Variation der Eindringtiefe, d. h. des Parameters  $z_D$ .

## V. Konvergenzverhalten der Stufennäherung für kontinuierliche Variation der optischen Konstanten

Die Approximation des Profils der optischen Konstanten durch eine Folge von Stufen in der Form von planparallelen, in sich homogenen Schichten wirft die Frage nach der Größe der Näherung bzw. nach dem Grade der Schichtunterteilung eines gegebenen Profils auf, die als ausreichend betrachtet werden kann. Selbst beim Einsatz von Mikrocomputern kann der asymptotische Grenzwert der unendlich feinen Unterteilung nur durch die Wahl einer zwar großen, immer aber nur endlichen Schrittzahl angenähert werden.

Insbesondere tritt bei der Einteilung in planparallele Schichten die Frage auf, in welcher Weise damit eine oszillatorische Interferenzstruktur im Endresultat der spektralen Abhängigkeiten provoziert wird.

Das Konvergenzverhalten erscheint in diesem Sinne noch nicht theoretisch abschließend untersucht. Im Zusammenhang mit dieser Thematik wurde nachgewiesen, daß sich im Fall der exakt lösbaren Rayleigh-Profilform keine Konvergenz ergibt [8].

Auf den Umstand, daß man bei approximativ kleiner werdender Schichtdicke zur Darstellung des Profils dennoch nicht in den Matrizenkoeffizienten die Sinusfunktion durch das Argument und die Kosinusfunktion durch den Wert Eins ersetzen kann, um das Matrizenprodukt in geschlossener Form direkt angeben zu können [5], wurde bereits an anderer Stelle hingewiesen [25]. Es ergibt sich nämlich sonst der Widerspruch, daß der Sonderfall eines „Profils“ in der Form eines auf einer endlichen Strecke **konstant** bleibenden komplexen Brechungsindex nicht in eine Schichtfolge aufgelöst und dann matrizentheoretisch wieder zum gleichen Resultat einer homogenen Platte zusammengesetzt werden kann.

Die Methode der „gewichteten Wahl einer variablen Schrittweite“ bei der Profilapproximation [13] beseitigt die Konvergenzfragen nicht, sie kann im praktischen Fall allenfalls Rechenzeit einsparen.

Um im vorliegenden Fall wenigstens rechnerisch „empirisch“ die aufgeworfenen Fragen im Zusammenhang mit der hier vollzogenen Profilapproximation zu klären, insbesondere inwieweit die spektralen Strukturen in den berechneten, theoretischen Reflexionsspektren (Abbildung 5) echt, d. h. dem vorgegebenen Profil eigentümlich sind, oder vielmehr von der zufälligen Wahl der Schrittweite  $\Delta z$  bzw. Schrittzahl zur approximativen Darstellung der in der Gesamtdicke vorgegebenen Profilplatte abhängen, wurden für zwei Vakuumwellenlängen,  $3,0 \mu\text{m}$  und  $11 \mu\text{m}$ , die Abhängigkeiten von  $\bar{R}_{3,5 \nearrow \text{Profil}}$ ,  $\bar{R}_{1 \nearrow \text{Profil}}$  und  $\bar{T}_{1 \leftarrow \text{Profil} \rightarrow 3,5}$  von der Schrittzahl  $S_z$  ermittelt und graphisch dargestellt (Abbildung 8a) und b)). Dabei wurde das oben spezifizierte erfc-Profil jeweils bis zu der konstanten Tiefe von  $1 \mu\text{m}$  erfaßt, bei der der Siliziumbulk-Wert in der Gleichstromleitfähigkeit bzw. in den optischen Konstanten praktisch erreicht ist. Entsprechend sind die Fehler bei kleinen Schrittzahlen groß, und es zeigt sich ein interferenzstrukturiertes Verhalten.

Für die Wellenlänge  $3,0 \mu\text{m}$  ergibt sich jedoch bereits für  $S_z \geq 5$  ein monotoneres Verhalten, und die Grenzwerte sind für  $S_z \geq 10$  hinreichend genau erreicht (Abbildung 8a)).

Für die Vakuumwellenlänge  $11,0 \mu\text{m}$  (Abbildung 8b)) zeigen die Größen bei wachsender Schrittzahl ein schwächer konvergentes Einlaufen in die Grenzwerte. Außerdem werden für  $\bar{R}_{1 \nearrow \text{Profil}}$  und  $\bar{R}_{3,5 \nearrow \text{Profil}}$  die asymptotischen Werte mit **fal-lender** Funktion erreicht, während bei  $\lambda_v = 3,0 \mu\text{m}$ , und das ist auf der anderen Seite des jeweiligen Reflexionsminimums, die Steigung positiv ist.

Als Folge dieser Feststellungen ist demnach eine weitergehende Untersuchung zum Konvergenzverhalten notwendig.

Da bei den größeren Vakuumwellenlängen bzw. niedrigeren Frequenzen die optischen Konstanten im Oberflächenbereich wesentlich größere Werte annehmen, als für höhere Frequenzen, sich damit vergleichsweise auch höhere Gradienten in den optischen Konstanten ergeben, zeigt sich das Konvergenzverhalten wie zu erwarten selbst vom Gradienten bzw. von der Relation zwischen Gradient und reziproker Wellenlänge im Medium abhängig. Von dieser Relation sind ja auch die Voraussetzungen zu den anderen Näherungsverfahren (siehe oben) abhängig. Diese Abhängigkeit der Stufenapproximation von dem u. U. zunächst noch unbekannten Dispersionsverhalten als Funktion des Ortes, kann die innere Konsistenz einer Profilanalyse erschweren. Umso wichtiger erscheint die Analyse auch der Koeffizienten bei Richtungsumkehr, um die Eindeutigkeit zu sichern (siehe weiter unten).

Um die Auswirkungen einer geänderten Schrittzahl auf die Gesamtspektren leichter beurteilen zu können, wurden die in Abb. 5a) für die Schrittzahl  $S_z = 10$  berechneten Kurven nochmals mit  $S_z = 23$  (unter Beibehaltung von  $S_z \cdot \Delta z = 1 \mu\text{m}$ ) berechnet und in Abbildung 5b) dargestellt.

Als Ergebnis ist festzustellen, daß sich in allen diskutierten Größen die qualitativ gleichen Spektren ergeben, insbesondere ergeben sich bei den Reflexionsminima

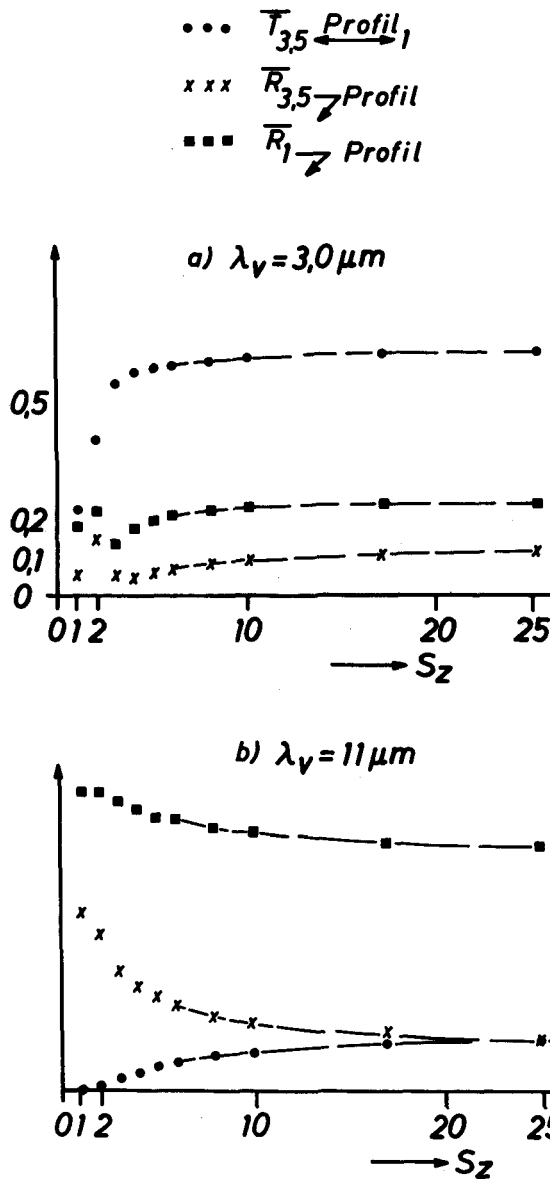


Abbildung 8:

Transmissions- und Reflexionsvermögen nach der Modellrechnung für das *erfc*-Trägerdichteprofil (Parameter der *erfc*-Funktion:  $z_D = 0,28 \mu\text{m}$ , weitere Parameter siehe Text) in Silizium als Funktion der Schrittzahl  $S_z$  bzw. der Schrittweite  $\Delta z$  bei der Stufenapproximation zur Darstellung des Konvergenzverhaltens im Falle  $S_z \cdot \Delta z = 1 \mu\text{m}$  bei der Vakuumwellenlänge a)  $3,0 \mu\text{m}$ ; b)  $11,0 \mu\text{m}$ .

nahezu die gleiche spektrale Lage und auch relative Tiefe. Insofern dürfen also die gemachten Aussagen als allgemeingültig gelten und sind nicht von dem Grad der Schichtunterteilung des Profils abhängig, soweit die Schrittweite einen entsprechenden kritischen Wert in Relation zum Gradienten in den optischen Konstanten unterschreitet.

## VI. Meßergebnisse an einer Planplatte mit Oberflächendiffusionsdotierung auf einer Seite

Eine Si-Planplatte von 1,43 mm Dicke wurde an einer Oberfläche durch Diffusion dotiert. Dabei erfolgte die Diffusion aus einer quasi-unendlichen Bor-Quelle. Da keine Nachdiffusion erfolgte, ergibt sich theoretisch ein erfc-Profil. Die diesbezüglichen Probendaten entsprechen den Angaben für die obige Modellrechnung, jedoch wurde experimentell der erfc-Parameter zu  $z_D = 0,7 \mu\text{m}$  ermittelt<sup>11)</sup>.

Die Spektren für die resultierende Reflexion bzw. Transmission wurden von beiden Seiten vermessen und zwar für den Wellenlängenbereich zwischen 2,5 und 50  $\mu\text{m}$  auf einem Perkin-Elmer-Zweistrahlgerät und zwischen 0,37 und 3  $\mu\text{m}$  auf einem Spektrometer eigener Konstruktion.

Vergleichsweise wurde auch eine undotierte Si-Probe gleicher Dicke und Provenienz, d.h. aus dem Substratmaterial der diffundierten Probe, bei gleicher Oberflächenpolitur vermessen.

Um das Grenzflächenreflexionsvermögen  $R_{1 \rightarrow 3,5} \equiv R_i$ , d.h. von Luft aus am reinen bulk-Siliziummaterial ohne Rückwandeinflüsse zu bestimmen, wurde zusätzlich das Reflexionsvermögen an einer „Keilprobe“ (vergleiche weiter unten) mit den gleichen Geräten und bei gleicher Oberflächenpolitur vermessen.

Setzt man das undotierte Siliziumsubstrat für Wellenlängen größer als 1,1  $\mu\text{m}$  als „schwach absorbierend“ und damit  $(k/n)_{i-\text{Si}} \leq 0,1$  voraus, und geht man ferner davon aus, daß infolge der geringen Transmission bzw. Reflexion des Dotierungsprofils in der dotierten Platte keine Vielfachreflexion wirksam ist, so gelten folgende Zusammenhänge (siehe Abbildung 9) für die insgesamt reflektierten und transmittierten relativen Strahlungsflußanteile  $\Phi_{\text{ges}}^R$  bzw.  $\Phi_{\text{ges}}^T$ :

### a) Platte mit Dotierungsprofil

Voraussetzung: Vielfach reflektierte Anteile sind vernachlässigbar

$$(47) \quad \Phi_{\text{ges.}}^R, [\equiv \Phi_1^R] = R_i + (1-R_i)^2 \cdot A^2 \cdot \bar{R}_{3,5} \rightarrow \text{Profil}$$

Einfall auf undotierte Seite

$$(48) \quad \Phi_{\text{ges.}}^R, \text{Einfall auf dotierte Seite} = \bar{R}_1 \rightarrow \text{Profil}$$

<sup>11)</sup> Die Diffusion erfolgte mit  $\text{N}_2$ -Trägergas mit konstantem Partialdruck von  $\text{B}_2\text{O}_3$ . – Die Größe  $z_D$  wurde unter der Voraussetzung eines erfc-Profiles direkt aus der Tiefenlage des p-n-Überganges bestimmt, die ihrerseits experimentell nach dem „Kugel-grooving-Verfahren“ zu  $z_{p-n} = 2,5 \mu\text{m}$  festgestellt wurde.

Ich danke Herrn D. Lewandowski für seine präparative Unterstützung [21].

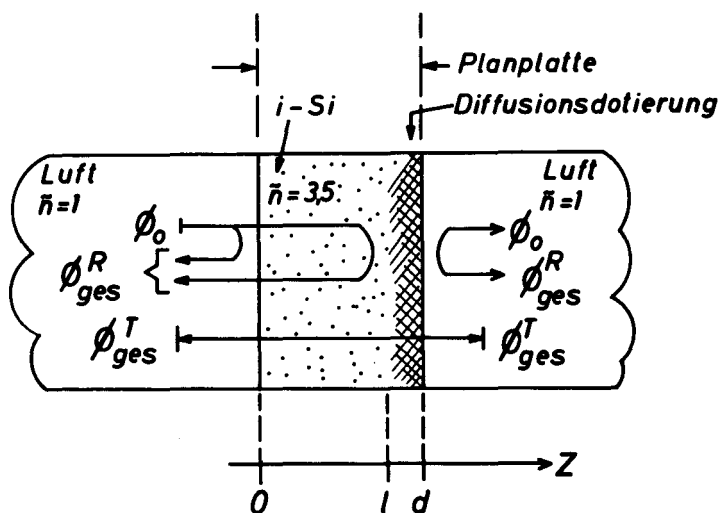


Abbildung 9:

Skizze zur Indizierung bzw. Zusammensetzung der an einer Silizium-Platte mit Trägerdichteprofil insgesamt reflektierten und transmittierten Strahlungsflußdichten  $\Phi_{ges.}^R$  bzw.  $\Phi_{ges.}^T$ .

$$(49) \quad \Phi_{ges.}^T; \text{ richtungssymmetrisch} = (1-R_i) \cdot A \cdot \bar{T}_{3,5 \leftrightarrow 1}$$

$$(50) \quad \text{mit } A = \exp\left(-\frac{4\pi k_i}{\lambda_v}\right) \cdot l; \quad l = d - \Delta z \cdot S_z \approx d$$

$$(51) \quad k_i = \text{Absorptionsindex des Substrat-Siliziums}$$

b) Platte ohne Dotierung gleicher Dicke

1. Vielfachreflexion, jedoch keine Interferenz

$$(52) \quad \Phi_{ges.}^R = R_i + \frac{R_i(1-R_i)^2 \cdot A^2}{1-R_i^2 \cdot A^2}$$

$$(53) \quad \Phi_{ges.}^T = \frac{(1-R_i)^2 \cdot A}{1-R_i^2 \cdot A^2}$$

2. Keine Vielfachreflexion

$$(54) \quad \Phi_{ges.}^R [\equiv \Phi_{II}^R] = R_i + (1-R_i)^2 \cdot R_i \cdot A^2$$

$$(55) \quad \Phi_{ges.}^T = (1-R_i)^2 \cdot A.$$

Da im vorliegenden Fall  $R_i < 0,5$  ist, kann man insbesondere das hier interessierende Reflexionsvermögen „von innen am Profil“ mit Hilfe der Messungen der Reflexion an der dotierten Platte mit Lichteinfall auf die undotierte Seite und an der undotierten Platte mit hinreichender Genauigkeit bestimmen unter Ausnutzung der Beziehung [siehe Gleichungen (47) und (54)]

$$(56) \quad \frac{\Phi_I^R - R_i}{\Phi_{II}^R - R_i} = \frac{1}{R_i} \cdot \bar{R}_{3,5 \rightarrow \text{Profil}}.$$

Dabei fällt der Schwächungsfaktor  $A$ , der die Absorption im Substrat-Volumen des Siliziums berücksichtigt, heraus. Dieser Umstand ist nicht unerheblich für die Meßgenauigkeit, denn Silizium besitzt zwischen 6,5 und 25  $\mu\text{m}$  trotz überwiegend homöopolaren Bindungscharakters eine Gitterschwingungsabsorption (durch Mehrphononenanregung), die bei Schichtdicken von der Größenordnung 1 mm bereits zu deutlichen, selektiven Spektralstrukturen im Transmissionsverhalten führt.

Steht ein Zweistrahl-Reflexionsspektrometer zur Verfügung, so kann man beide Proben zugleich, d. h. im Meß- und Vergleichsstrahl, unterbringen und damit unmittelbar den Quotienten  $\Phi_I^R/\Phi_{II}^R$  bestimmen, der unter der Voraussetzung vernachlässigbarer Vielfachreflexionseinflüsse und für  $R_i/\bar{R}_{3,5 \rightarrow \text{Profil}} \approx 1$  und  $R_i = f(\lambda) \approx \text{const}$  mit guter Näherung unmittelbar das Reflexionsvermögen von innen am Profil darstellt, denn es gilt für diesen Fall:

$$(57) \quad \frac{\Phi_I^R}{\Phi_{II}^R} = \frac{R_i/\bar{R}_{3,5 \rightarrow \text{Profil}} + (1-R_i)^2 \cdot A^2}{1 + (1-R_i)^2 \cdot A^2} \cdot \frac{1}{R_i} \cdot \bar{R}_{3,5 \rightarrow \text{Profil}}.$$

Auch in diesem Fall macht sich die Volumenabsorption praktisch nicht mehr bemerkbar. Überdies entfallen Umrechnungen mit dem Reflexionsvermögen eines Vergleichsspiegels (z. B. Aluminiumspiegels) im zweiten Strahlengang.

Abb. 10 zeigt den Vergleich der Modellrechnung mit der Messung für das Reflexionsvermögen von innen am Profil. Die Übereinstimmung ist quantitativ und insbesondere, was die spektrale Lage des absoluten Minimums angeht, sehr gut, wenn man einerseits die Näherungen bei der Meßauswertung und andererseits die relativ grobe „Schichtstruktur“ der Modellrechnung berücksichtigt. Die Modellrechnungen zu Abb. 10 und Abb. 11 erfolgte mit den Parametern  $z_D = 0,7 \mu\text{m}$ ,  $\Delta z = 0,1 \mu\text{m}$  und der Schrittzahl  $S_z = 25$ . Die „Profilplatte“ ist also in diesem Fall 2,5  $\mu\text{m}$  dick.

Diese Übereinstimmung bestätigt im übrigen unmittelbar die Reflexion an einem endlichen Gradienten der optischen Konstanten im Halbleiter, d. h. an der „weichen“ Flanke des Trägerdichteprofiles.

Abb. 11 zeigt den Vergleich zwischen Theorie und Experiment für die umgekehrte Strahlrichtung, d. h. den Vergleich für das Reflexionsvermögen für die aus Luft auf die dotierte Oberfläche einfallende Strahlung. Auch in diesem Fall ist die Übereinstimmung recht befriedigend, insbesondere bestätigt sich die berechnete spektrale Lage des Minimums bei  $\lambda_v = 3,5 \mu\text{m}$ .

Die im langwelligen Bereich etwas zu hoch liegenden Reflexionswerte der Modellrechnung würden sich, vergleiche Abb. 8 und dabei die fallende Funktion zum asymptotischen Wert, mit einer Verkleinerung der Schichtdicke bei der Stufenapproximation noch etwas abgesenkt werden.

Die gute Übereinstimmung zwischen Modellrechnung und Experiment bestätigt damit unmittelbar den unabhängig davon experimentell bestimmten Profilparameter  $z_D$ . Ein Vergleich der experimentellen Spektren etwa mit den entsprechenden Spek-

tralverläufen in Abb. 5 läßt eine Einschätzung der Genauigkeit zu, mit der dieser Profilparameter auf rein optischem Wege bestimmbar erscheint. Die Abweichungen zu dem dort vorgegebenen Parameter  $z_D = 0,28 \mu\text{m}$  sind jedenfalls signifikant. Es bedarf weiterer systematischer Modellrechnungen und experimenteller Untersuchungen, diese Meßgenauigkeit zu quantifizieren.

Grundsätzlich eröffnet sich jedoch auf der Basis der Analyse der Reflexions-, Transmissions- und Absorptionsspektren die Möglichkeit, die konkret vorliegende Profilform zu überprüfen bzw. festzustellen. Diese Methode sollte es auch erlauben, in einem weitergehenden Maße die Mehrdeutigkeit zu beseitigen, die bei Unkenntnis der wahren Profilform in der Parameterbestimmung aufgrund der alleinigen Analyse des Reflexionsspektrums „von außen“ bestehen.

Auf diese Mehrdeutigkeiten hat G. Gavrilis [25] anhand erweiterter experimenteller Messungen bzw. Modellrechnungen bezogen auf das „Reflexionsvermögen von außen“ hingewiesen, während bei E. Barta und G. Lux [28] vergleichsweise prinzipiell vorausgesetzt wird, die Profilform sei bekannt, weil durch das Diffusionsverfahren eindeutig vorgegeben.

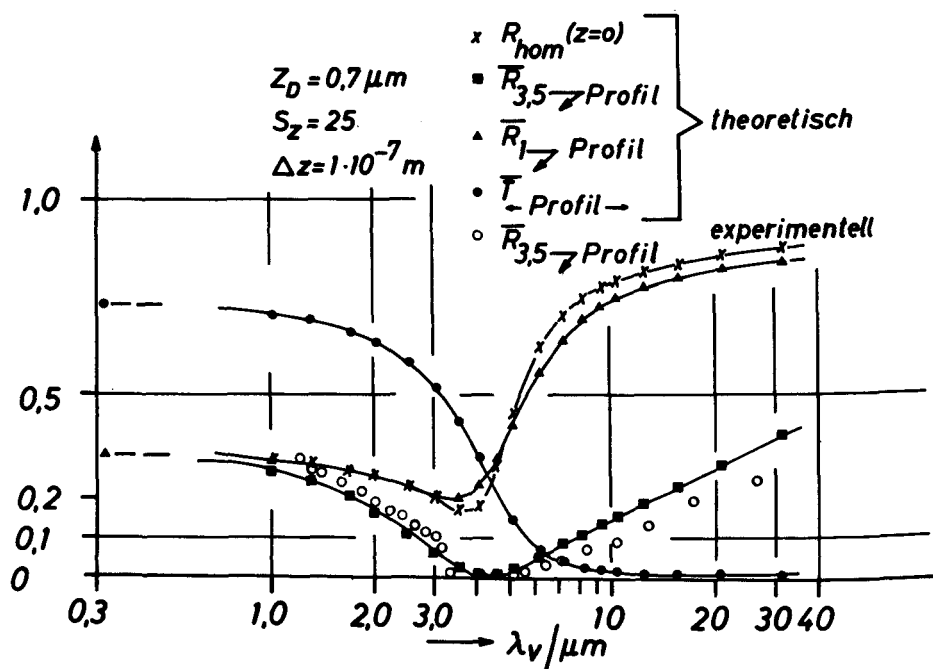


Abbildung 10:

Vergleich zwischen Theorie und Experiment für das spektrale Reflexionsvermögen „von innen“  $\bar{R}_{3,5} \text{ Profil}$  in Silizium (Parameter der *erfc*-Funktion:  $z_D = 0,7 \mu\text{m}$ ;  $\Delta z = 0,1 \mu\text{m}$ ;  $S_z = 25$ ;  $\sigma_0(z=0) = 1,23 \cdot 10^5 [\Omega \cdot \text{m}]^{-1}$ ).

Abb. 12 zeigt den Vergleich zwischen dem theoretisch berechneten und dem experimentell bestimmten Transmissionsvermögen des Profils  $\bar{T}_{\text{Profil}}$  für die *erfc*-Funktion der Trägerkonzentration. In Übereinstimmung mit der Theorie ergibt sich auch experimentell völlige Richtungssymmetrie nicht nur für die Größe  $\bar{T}_{\text{Profil}}$  selbst, sondern auch für die ganze Probe „810“ als „Platte“ in nichtabsorbierenden Medien, hier beiderseits Luft.

Daß die oben dargestellte korrekte Berechnung des Transmissionsvermögens bei optischer Inhomogenität nicht etwa ersetzt werden kann durch die Annahme einer Platte mit integraler Strahlschwächung durch das Profil mit dem Faktor  $\bar{S}$

$$(58) \quad \bar{S} = \exp\left(-\frac{2\omega}{c} \int_0^d k(z) dz\right)$$

und mit der integralen optischen Dicke  $\bar{d}$

$$(59) \quad \bar{d} = \int_0^d n(z) dz$$

in Verbindung mit der Reflexion an den beiden Grenzflächen Probe/Luft mit dem jeweiligen symmetrischen (!) Grenzschichtreflexionsvermögen, berechnet mit den optischen Konstanten der Probe bei  $z = 0$  bzw.  $z = d$  wie zwischen zwei homogenen

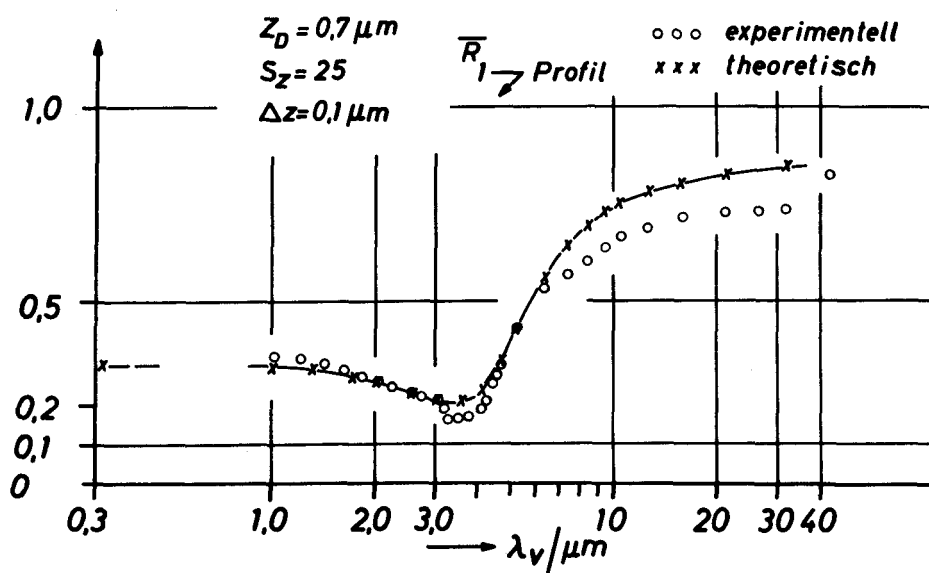


Abbildung 11:

Vergleich zwischen Theorie und Experiment für das spektrale Reflexionsvermögen „von außen“  $\bar{R}_1 \rightarrow \text{Profil}$  an einem *erfc*-Trägerdichteprofil in Silizium (Parameter siehe Abb. 10).



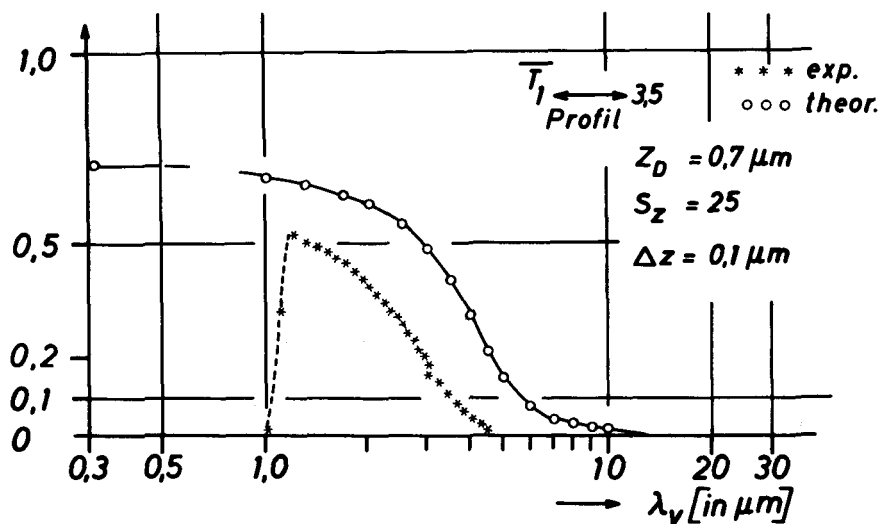


Abbildung 12:

Vergleich zwischen Theorie und Experiment für das spektrale Transmissionsvermögen  $\bar{T}_1 \leftarrow \text{Profil} \rightarrow 3,5$  an einem erfc-Trägerdichteprofil in Silizium (Parameter siehe Abb. 10).

Medien (siehe oben), ergibt sich abgesehen von der Abweichung zum experimentellen Befund aus dem theoretischen Fehler. Insbesondere würde sich das Transmissionsvermögen als richtungsunsymmetrisch ergeben mit Widerspruch zum Reziprozitätstheorem. Und zwar ergäbe sich für das Verhältnis des resultierenden Transmissionsvermögens bei Richtungsumkehr bei Mittelwertbildung über den Interferenzterm einer Platte

$$(60) \quad \Phi_{1 \rightarrow \text{undotierte Seite}}^T / \Phi_{1 \rightarrow \text{dotierte Seite}}^T = \frac{1 + \left(\frac{k}{n}\right)_{z=0}^2}{1 + \left(\frac{k}{n}\right)_{z=d}^2}.$$

Mit den vorliegenden Werten der optischen Konstanten des Profils für 10  $\mu\text{m}$  Vakuumwellenlänge ergäbe sich mit  $n(z=0) = 2,9$  und  $k(z=0) = 5,8$  sowie  $n(z=d) = 3,5$  und  $k(z=0) = 0$  (vergleiche Abbildung 3) für dieses Verhältnis der Wert 5!

Der Spektralverlauf des in Abbildung 12 dargestellten Transmissionsgrades  $\bar{T}_{\text{Profil}}$  ist, ebenfalls in Übereinstimmung mit den theoretischen Rechnungen eine monotone, sigmoide Funktion, die mit wachsender Vakuumwellenlänge abfällt.

Die quantitativen Werte liegen jedoch insgesamt zu tief. Dies kann darauf hinweisen, daß experimentell kein exaktes erfc-Profil, vielmehr eine Verflachung im Oberflächenbereich vorliegt<sup>12)</sup>. In einem solchen Fall sind die Laufwege der Strah-

<sup>12)</sup> Über derartige Verflachungen im Trägerdichteprofil als Folge von Diffusionsanomalien im Oberflächenbereich ist bereits früher mehrfach in der Literatur berichtet worden [27].

lung in Bereichen hoher Absorption, d.h. im Bereich hoher Trägerkonzentration, signifikant vergrößert, da im Bereich der höchsten Trägerdichte, d.h. im Oberflächenbereich, die Profilkurve eine flachere Tangente besitzt, während die erfc-Funktion sofort mit wachsender Tiefe steil abfällt und ihren größten Gradienten gerade im Bereich der höchsten Konzentration besitzt.

Entsprechend dieser insgesamt erhöhten Absorption erscheint der Wendepunkt in  $\bar{T}_{\text{Profil}}(\lambda_v)$  gegenüber der Erwartung für ein reines erfc-Profil zu kürzeren Wellenlängen verschoben. Im vorliegenden Fall liegt der Wendepunkt etwa bei  $3,4 \mu\text{m}$  und damit in der Nähe des absoluten Minimums der experimentellen Kurve von  $\bar{R}_{1 \rightarrow \text{Profil}}$ .

Auf der kurzwelligen Seite, d.h. kurz vor dem Einsetzen der Fundamentalabsorption bei  $1,1 \mu\text{m}$ , erreicht die Transmission mit  $\bar{T}_{\text{Profil}}(\lambda_v = 1,2 \mu\text{m}) = 0,52$  auch experimentell einen erstaunlich hohen Wert. Dies entspricht dem Einlaufen in den (fiktiven) Grenzwert für hohe Frequenzen, der für Silizium den theoretischen Wert  $\bar{T}_{\text{Profil}}(\omega \rightarrow \infty) = (1 - R_i) \approx 0,7$  besitzt, denn beim Ausfall der optischen Wirkung der freien Träger aus Trägheitsgründen wird  $\bar{T}_{\text{Profil}}$  ausschließlich durch das Reflexionsvermögen der Grenzschicht Luft/i-Si bestimmt.

## VI. i-p-Übergang im Czochralsky-Kristall

Im Czochralsky-Ziehverfahren wurde ein Einkristall hergestellt, der anfänglich eigenleitend rein und durch Zugabe von Bor während des Ziehprozesses p-dotiert wurde. Der dabei entstehende i-p-Übergang ist nicht scharf, vielmehr stellt sich durch die Seigerungsprozesse einerseits und Diffusionsprozesse andererseits im Übergangsbereich ein Dotierungs- und damit ein Konzentrationsprofil freier Ladungsträger ein. Dieses Profil sollte sich im Rahmen der vorliegenden Thematik untersuchen bzw. analysieren lassen.

Die Vier-Spitzen-Sondierung der Leitfähigkeit und die Auswertung der spektralen Lage des Plasmaresonanzminimums nach [29] hat für die homogen dotierte Kristallseite eine Löcherkonzentration von  $N_{p,\text{max}} = (4,6 \text{ bzw. } 2,3) \cdot 10^{23} \text{ cm}^{-3}$  ergeben.

Geht man davon aus, daß der Konzentrationsverlauf der freien Ladungsträger durch den Diffusionsprozeß bestimmt ist, so erwartet man für einen symmetrischen und konzentrationsunabhängigen Diffusionskoeffizienten ein symmetrisches erfc-Profil der Form (vergleiche Abb. 13):

$$(61) \quad N_p(z) = N_{p,\text{max}} \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(-\frac{z}{z_D}\right).$$

Es erscheint jedoch schwierig, eine genaue Angabe für den charakteristischen Profilparameter  $z_D$

$$(62) \quad z_D = \sqrt{4 \int \frac{\partial D(T, t)}{\partial t} t \cdot dt}$$

zu machen, da die konkrete Zeit-Temperatur-Funktion  $D(T, t)$  während des Ziehprozesses nicht hinreichend genau bekannt ist. Für kurze Zeiten liegen die Diffusions-

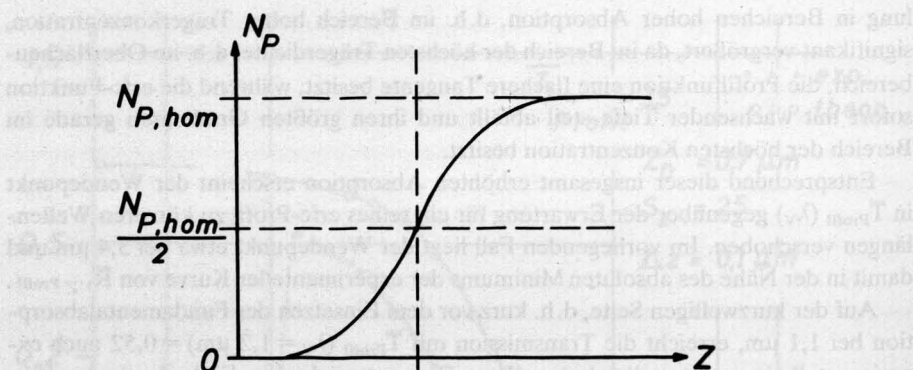


Abbildung 13:

Skizze für den Ortsverlauf des Trägerdichteprofiles bei einem i-p-Übergang in einem nachdotierten Silizium-Czochralsky-Einkristall.

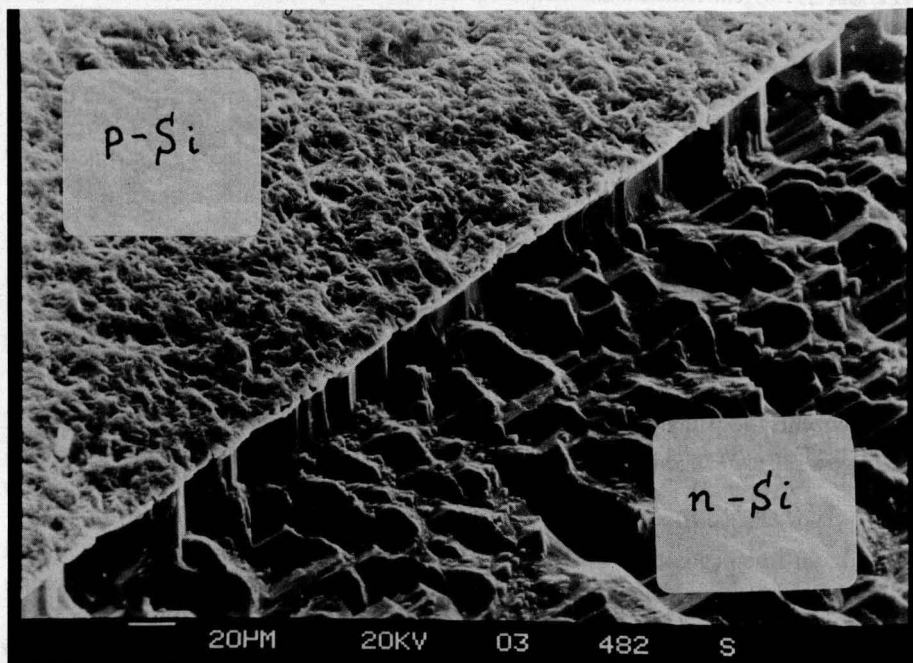


Abbildung 14:

Rasterelektronenmikroskopische Aufnahme eines durch Ätzen herauspräparierten i-p-Überganges in einem nachdotierten Silizium-Czochralsky-Einkristall.

temperaturen einerseits in der Nähe der Schmelztemperatur, wenn der i-p-Übergang noch nahe bei der Kristallwachstumsgrenze liegt, andererseits nimmt der Diffusionskoeffizient exponentiell mit der Temperatur ab, wenn der Kristall weiterwächst und sich im i-p-Übergangsbereich abkühlt.

Werte von  $z_D$  in der Größenordnung von  $1\text{ }\mu\text{m}$  erscheinen jedoch als obere Grenze, denn die in Abbildung 14 gezeigte Aufnahme mit einem Rasterelektronenmikroskop läßt an einem Schliffbild in einer Ebene senkrecht zum i-p-Übergang deutlich erkennen, daß die Übergangszone kaum eine größere Ausdehnung besitzt. Dabei stützt sich diese Feststellung allerdings auf den spezifischen, dotierungsabhängigen Ätzangriff bei der Präparation des Schliffbildes. Der dotierte Kristall wird dabei von der Ätzlösung (10 Gew. %ige NaOH-Lösung bei  $80^\circ\text{C}$ , Einwirkungsdauer ca. 5 Minuten) vergleichsweise so wenig abgetragen, daß sich hier eine Stufe von ca.  $20\text{ }\mu\text{m}$  Tiefe ausbildet. Von einem „weichen“ Übergangsbereich ist nichts zu erkennen<sup>13)</sup>.

Bei dieser Situation sollte ein Gradient in den optischen Konstanten vorliegen, der in seiner Größe dem der diffusionsdotierten Proben auf der „Innenseite“ entspricht. Dementsprechend wurde ein meßbares Reflexionsvermögen an dieser Profilseite erwartet.

Die Messungen erbrachten jedoch nicht das erwartete Resultat, vielmehr war im gesamten Meßbereich von 2 bis  $50\text{ }\mu\text{m}$  Vakuumwellenlänge kein vom Profil von innen reflektierter Strahlungsfluß zu detektieren. Dazu wurden zwei unterschiedliche Strahlverläufe gewählt.

### 1. Reflexion bei paralleler Grenzflächengeometrie:

Die Anordnung (vergleiche Abbildung 15) erlaubt es, bei quasi-senkrechter Inzidenz den Reflex „von innen am Profil“ als zusätzlichen Strahlungsflußanteil zu erfassen<sup>14)</sup>.

Im Sinne der Vierpoltheorie folgt auf das Profil, das als Profilplatte mit der Stufenapproximation erfaßt wird, hier als „Abschlußmedium“ ein „unendlich ausgedehntes“ Medium mit dem komplexen Brechungsindex des homogen hochdotierten Sili-

<sup>13)</sup> Eine detaillierte Untersuchung über die Ätzgeschwindigkeit als Funktion der Bor-Konzentration in Silizium steht noch aus. – Die genannte Ätzmethode zur Darstellung des i-p-Überganges wurde im Institut von R. Schulz entwickelt. Ich danke Herrn Schulz für seine unterstützenden Arbeiten und die Präparation des Kristalls. Dem Institut für Schweißtechnik der Technischen Universität Braunschweig, Direktor Prof. Dr.-Ing. J. Ruge, danke ich für die rasterelektronenmikroskopische Aufnahme.

<sup>14)</sup> Der i-p-Übergang ist de facto keine Ebene, sondern entsprechend der Wachstumszone des Kristalls meniskusartig durchgebogen. Im vorliegenden Fall war die Fläche von der Lichteinfallseite her gesehen konkav mit einem Krümmungsradius von ca. 3 cm. Dies ist zur quantitativen Bestimmung des Reflexionsvermögens dieser Grenzschicht hinderlich und sollte durch entsprechende Variation der Kristallzuchtbedingungen vermieden, oder doch wenigstens stark gemindert werden. Zur einfachen Feststellung eines von Null verschiedenen Reflexionsvermögens kann die hohlspiegelartige Fokussierungswirkung der Grenzschicht jedoch sogar hilfreich, weil Intensität verstärkend, ausgenutzt werden.

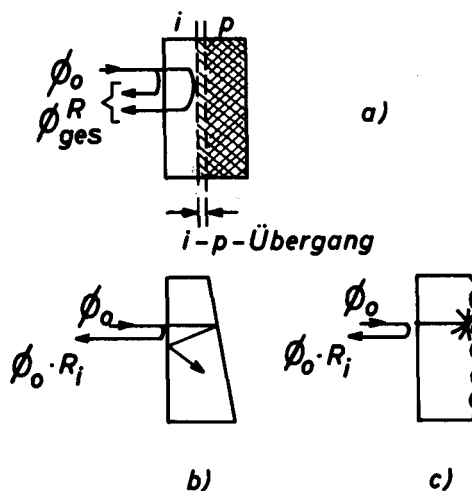


Abbildung 15:

Skizzen zum Strahlengang zur Messung des Reflexionsvermögens „von innen“ an einem Trägerdichteprofil beim i-p-Übergang in einem Einkristall und zur Messung des Grenzflächenreflexionsvermögens  $R_i$  an einem reinen Kristall mit Hilfe

- a) einer Planplatte
- b) einer Keilprobe
- c) einer Platte mit aufgerauhter Rückseite

ziums. Infolge des hohen Absorptionsindexes ist dieses Abschlußmedium auch bei relativ geringer Tiefenausdehnung „unendlich ausgedehnt“ bzw. ohne „Rückwandreflexion“, so daß der komplexe Eingangswiderstand der Profilplatte mit dem Wellenwiderstand des homogen dotierten Siliziumteils als Abschlußwiderstand zu berechnen ist.

In dieser Anordnung und im Vergleich mit dem Reflexionsvermögen  $R_i$ , das an einer Siliziumprobe aus dem undotierten Kristallteil in Keilform bzw. mit aufgerauhter Rückseite zur Eliminierung von Vielfachreflexion gemessen wurde, konnte keine Reflexion am i-p-Übergang festgestellt werden.

Bei dieser Methode ist jedoch die untere Nachweisgrenze für den Reflexionsanteil am i-p-Übergang etwa zu  $\bar{R}_{3,5 \rightarrow \text{Profil}} \approx 0,03$  gegeben, da dieser Anteil noch mit dem Transmissionsvermögen der Grenzfläche Luft-i-Si quadratisch zu multiplizieren ist und dann erst additiv auftritt zu dem ersten Reflexionsanteil an der Grenzfläche Luft-i-Si (vergleiche Abbildung 15):

$$(63) \quad \Phi_{\text{ges.}}^R = \Phi_0 R_i + \Phi_0 (1 - R_i)^2 \cdot \bar{R}_{3,5 \rightarrow \text{Profil}}.$$

Entsprechend kann der Detektor nicht empfindlicher eingestellt werden, als es die Übersteuerung durch den Anteil  $(\Phi_0 \cdot R_i)$  zuläßt.

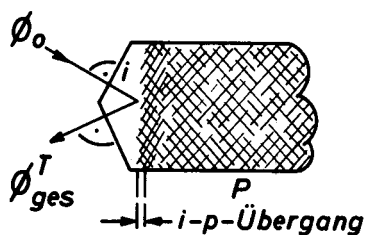


Abbildung 16:

Skizze zur Messung des Reflexionsvermögens „von innen“ an einem Trägerdichteprofil bei einem i-p-Übergang unter Vermeidung eines direkten Oberflächenreflexionsanteils.

Der festgestellte Tatbestand, daß das i-p-Profil von innen weniger als erwartet reflektiert, führte dazu, eine zweite, „empfindlichere“ Strahlgeometrie zur Detektion eines reflektierten Anteils zu verwenden:

## 2. Reflexion bei prismatischer Geometrie:

Der Strahlengang ist in der Skizze (Abbildung 16) dargestellt. Der Einfallswinkel beträgt zwar in dieser Anordnung  $\alpha \neq 0$ , dafür tritt aber kein „konkurrierender“ Strahlungsfluß additiv auf

$$(64) \quad \Phi_{\text{ges.}}^r = \Phi_0 (1 - R_i)^2 \cdot \bar{R}_{3,5} \rightharpoonup_{\text{Profil}, \alpha},$$

so daß die Nachweisgrenze für  $\bar{R}_{3,5} \rightharpoonup_{\text{Profil}}$ , jetzt multiplikativ in den insgesamt transmittierten Strahlungsfluß  $\Phi_{\text{ges.}}^r$  eingehend, durch Steigerung der Detektorempfindlichkeit und/oder der Stärke des einfallenden Strahlungsflusses  $\Phi_0$  im Prinzip beliebig gesteigert werden kann.

Auch in diesem Fall konnte kein an dem i-p-Übergang bzw. an dem dortigen Trägerdichteprofil reflektierter Strahlungsfluß festgestellt werden.

Aus diesem Befund kann nur der Schluß gezogen werden, daß die Gradienten der optischen Konstanten im i-p-Übergangsbereich des Czochralsky-Kristalls wesentlich kleiner sind, als angenommen.

Hier eröffnet sich ein einerseits präparatives, andererseits analytisches Untersuchungsfeld zur Klärung der Sachverhalte. Dabei sollten die optischen Messungen, da sie primär integraler Form sind, ergänzt werden durch „abtragende“ Verfahren zur Profilanalyse der Trägerkonzentration. Auf der Basis der dann unmittelbar bekannten Ortsfunktion sind dann optische Modellrechnungen vergleichend durchzuführen.

## VII. Anwendungstechnische Aspekte

Im Rahmen der Halbleitertechnologie, z.B. bei der Diffusionsdotierung oder Ionenimplantation, besteht großes Interesse daran, mit Hilfe optischer Meßmethoden und dabei ohne zerstörende Eingriffe das Konzentrationsprofil der freien Ladungs-

träger zu bestimmen. Teilweise wird dazu das Reflexionsvermögen „von außen“ vermessen und das absolute spektrale Minimum der Trägerkonzentration in der Oberfläche anhand der Eichkurven, die an homogen dotierten Proben gewonnen wurden, zugeordnet. Dieses Verfahren ist, wie die obigen Ausführungen zeigen, jedoch nur dann einwandfrei, wenn es sich um Gaußprofile handelt, bei denen die Eindringtiefe  $z_D$  groß ist im Vergleich mit der Eindringtiefe des Lichtes im Spektralbereich des Minimums [30].

In den anderen Fällen setzt die eindeutige optische Analyse in Bezug auf die Oberflächenkonzentration die Kenntnis des exakten Profilverlaufs voraus, wenn man sich auf Messungen nur „von außen“ beschränkt.

Die Hinzunahme der Spektren des Reflexionsvermögens bei umgekehrter Strahlrichtung, also „von innen“, verbessert die analytische Situation wesentlich. Die Hinzunahme auch des spektralen **Transmissions**vermögens erlaubt eine kombinierte Analyse, was die Mehrdeutigkeiten einschränkt. Überdies ist das Reflexionsvermögen „von innen“ relativ stärker spektral moduliert, so daß hiermit eine größere charakteristische Empfindlichkeit erreicht wird. Es bleibt noch zu zeigen, unter welchen Voraussetzungen mit Hilfe dieser drei Spektren Eindeutigkeit in Bezug auf das rein optisch, zerstörungsfrei und voraussetzungslos bestimmte Trägerdichteprofil erreicht werden kann.

Ein weiterer anwendungsbezogener Aspekt der vorliegenden Ergebnisse ist der Umstand, daß mit Hilfe eines Trägerdichteprofiles in Oberflächennähe, z. B. durch Eindiffusion oder Ionenimplantation erzeugt, sowohl eine Reduktion<sup>15)</sup> als auch eine Erhöhung der Reflexion „von innen“ oder „von außen“ erzeugt werden kann, wenigstens in spektral selektiven Bereichen. Dies ist von Bedeutung für die Konstruktion optoelektronischer Bauelemente, von Lichtleitern oder speziellen Lichtabsorbern. Letzteres ist insbesondere interessant bei optothermischen Wandlern geringer thermischer Trägheit in Dünnschichttechnik. Zu diesem Themenkreis gehören auch die Fragen der meßtechnischen bzw. technischen Anwendung des photoakustischen Effektes.

Speziell den Fragen der Reflexion „von innen“ an Trägerdichteprofilen ist bisher keine entsprechende Aufmerksamkeit geschenkt worden. Die Frage des Austritts von Strahlung aus Halbleitern ist aber nicht nur für die Fälle der Halbleiterlumineszenz (Lumineszenz- bzw. Laserdioden) von Bedeutung, sondern auch bei der Konstruktion von Dünnschicht-Solarelementen, bei denen eine erhöhte Rückreflexion der Strahlung an der der Strahlungsquelle abgewandten Rückseite in den Halbleiter hinein den Wirkungsgrad steigert.

Umgekehrt existieren technische Anwendungen, in denen Reflexion von innen verhindert werden muß, also eine Art „Entspiegelung“ vorzusehen ist. Dieses Pro-

<sup>15)</sup> Mit Exponentialprofilen angepaßter Parameter läßt sich eine „Transformation“ der optischen Konstanten so erreichen, daß die Reflexion völlig unterdrückt wird (vergleiche [5b]). In diesem Sinne wirkt z. B. die „weiche Seite“ des  $\text{erfc}$ -Profils in Abbildung 10 bei der Wellenlänge des Minimums von  $\bar{R}_{3,5}$   $\rightarrow$  Profil.

blem läßt sich durch die oberflächennahe Einbringung eines entsprechend „weich“ ins Innere verlaufenden Trägerdichteprofiles erreichen. Dieses Verfahren ist sicher kostengünstiger, als eine Entspiegelung im geforderten Sinne durch das Aufbringen von Interferenzschichten im Aufampf- oder Sputterverfahren auf die vorher optisch polierte Halbleiteroberfläche. Die Einbringung des entsprechenden Trägerdichteprofiles zur Entspiegelung „von innen“ setzt z. B. keine Oberflächenpolitur bzw. interferenzgenaue Ebenengeometrie voraus.

Neben den Reflexionseigenschaften spielen auch die Transmissionseigenschaften eines Trägerdichteprofiles eine anwendungstechnische Rolle, sei es, daß z. B. für den Lichtdurchgang durch Oberflächenverarmungs- bzw. Anreicherungsschichten ein bestimmtes spektrales Verhalten erzielt bzw. vermieden werden soll. Der gezielte Einbau von Profilen mit berechnetem optischen Verhalten kann diese Probleme lösen.

Die gezielte Präparation von Trägerdichteprofilen mit spezifischen optischen Eigenschaften kann auch ausgenutzt werden zur Konstruktion spektral selektiver Filter.

### VIII. Zusammenfassung

Die ortsabhängige Variation der Konzentration freier Ladungsträger verändert die Reflexions- und Transmissionsspektren entsprechender Proben, sei es, daß diese Profile im Oberflächenbereich (Diffusionsdotierung, Ionenimplantation etc.) oder im Innern von Einkristallen (p-n-Übergänge bzw. p(n)-i-Übergänge) liegen.

Modellrechnungen auf der Basis der Vierpoltheorie für erfc-Profilform zeigen folgende Resultate:

1. Das Reflexionsspektrum ist richtungsunsymmetrisch und zeigt im Erfassungsbereich der Plasmaresonanzen (diese ihrerseits im Profil für unterschiedliche Frequenzen an unterschiedlichen Stellen gegeben) eine spezifische Struktur mit einem ausgeprägten Minimum. Die vom Profilverlauf selbst abhängige spektrale Lage des Minimums ist von der Ausbreitungsrichtung der Strahlung durch das Profil abhängig.

Das Reflexionsvermögen „von innen“, also beim Strahlungseinfall auf die „weiche Seite“ des Profils, erweist sich als besonders wichtiges Kriterium.

2. Das Transmissionsspektrum ist in Übereinstimmung mit dem Reziprozitätstheorem richtungssymmetrisch. Als Funktion der Wellenlänge ist das Transmissionsvermögen eine monotone, sigmoide Funktion mit maximaler Steilheit etwa bei der Wellenlänge des Minimums des Reflexionsvermögens „von innen“.

3. Das Absorptionsvermögen ist unsymmetrisch und zeigt jeweils ein Maximum bei von der Strahlrichtung abhängigen Wellenlängen.

Gestützt auf Modellrechnungen wird die Frage der Konvergenz aufgeworfen, die bei der Profilapproximation durch eine Folge von Schichten mit jeweils homogenem, dem dortigen Mittelwert entsprechendem komplexen Brechungsindex bei wachsender Feinteilung erwartet werden muß.

Experimentelle Untersuchungen an diffusionsdotiertem Silizium werden vorgestellt und kritisch diskutiert.



Insbesondere erweisen die experimentellen Ergebnisse quantitativ das Reflexionsvermögen „von innen“ am Profil, d. h. die optische Reflexion an endlichen Gradienten der optischen Konstanten im Festkörper durch die gute Übereinstimmung zwischen Modellrechnung und experimentellem Befund.

Entsprechende Messungen am i-p-Profil eines nachdotierten Czochralski-Kristalls zeigen insofern Diskrepanzen zwischen der durch eine neue Ätztechnik sichtbar gemachten Geometrie der Übergangszone und dem optisch wirksamen Trägerprofil als eine „Profilreflexion“ nicht nachgewiesen werden konnte.

Auf die anwendungstechnischen Möglichkeiten einer Entspiegelung bzw. der Reflexionssteigerung von innen oder von außen an der Grenzfläche zu einem Halbleiter (z. B. gegen Luft) durch Einbringung von Trägerdichteprofilen wird aufmerksam gemacht.

Es wird darauf hingewiesen, daß die Richtungsunsymmetrie der optischen Reflexion und Absorption bei ortsunsymmetrischen Trägerdichteprofilen ausgenutzt werden kann, den wahren Profilverlauf im Vergleich mit Modellrechnungen zu ermitteln. Diese Unterscheidungsmöglichkeit beseitigt die Mehrdeutigkeiten, die bei der Auswertung ausschließlich eines „Reflexionsspektrums von außen“ gegeben sind.

Die spektrale Selektivität der richtungsunsymmetrischen Absorption legt es nahe, den photoakustischen Effekt zur Profilanalyse einzusetzen. Dabei kann eine weitergehende Tiefenanalyse mit Hilfe der von der Modulationsfrequenz abhängigen Eindringtiefe der Wärmewellen erfolgen.

*Ich danke den Herren Prof. Dr. P. Grosse und Dr. B. Harbecke, beide I. Physikalisches Institut der RWTH Aachen, für ihr quantitatives Interesse an den Resultaten dieser Arbeit und die fruchtbaren Diskussionen.*

#### Literatur\*)

- [1]\* a) F. R. Keßler, Die optischen Konstanten der Halbleiter, in: Festkörperprobleme II, Herausgeber F. Sauter, Vieweg-Verlag, Braunschweig, 1963, p. 1.  
b) P. Grosse, Freie Elektronen in Festkörpern, Springer-Verlag, Berlin, 1979.
- [2]\* F. R. Keßler, phys. stat. sol. **5** (1964) 3 und **6** (1964) 3.
- [3] a) F. R. Keßler and J. W. Mangelsdorf, phys. stat. sol. (b) **105** (1981) 525.  
b) F. R. Keßler, F. Walloch und U. Barkow, Verhandl. DPG (VI) **19** (1984) 117.
- [4] F. Dildy and F. R. Keßler, Verhandl. DPG (VI) **19** (1984) 117.
- [5]\* a) M. Born and E. Wolf, Principles of Optics, Pergamon Press, Oxford, 1964.  
b) K. W. Wagner, Einführung in die Lehre von den Schwingungen und Wellen, Dietrich-Verlag, Wiesbaden, 1947.
- [6]\* J. R. Wait, Electromagnetic Waves in Stratified Media, Pergamon Press, Oxford, 1964.
- [7] M. Schlick, Dissertation Berlin, 1904; zitiert in [9].
- [8] V. F. Lawrence and H. Hora, Optik **55** (1980) 291–302.

---

\*) Die mit einem „\*“ gekennzeichnete Literatur stellt keine Originalquelle dar, sie soll vielmehr auf eine detailliertere Darstellung der angesprochenen Thematik verweisen.

- [9] W. Kofink and E. Menzer, *Ann. d. Phys.*, 5. Folge, **39** (1941) 388–402.
- [10] W. Gottschlich, *Optik metallbedampfter Halbleiterschichten*, Diplomarbeit, Techn. Universität Braunschweig, 1982.
- [11] O. S. Heavens and J. C. Kelley, *Proc. Phys. Soc.* **72** (1958) Pt. 5, 906–908.
- [12] a) A. Sharma, D. V. Kumar and A. K. Ghatak, *Appl. Opt.* **APOPA 21** (1982) 984–987.  
b) E. Hild and A. Grofcsik, *Infrared Physics* **18** (1978) 23–33.
- [13] L. M. Lambert, *J. Appl. Phys.* **43**, No. 11 (1972) 4612.
- [14]\* a) H. Pfeifer, *Elektronik für den Physiker IV, Leitungen und Antennen*, Akademie-Verlag, Berlin, 1967.  
b) K.-D. Becker, *Ausbreitung elektromagnetischer Wellen*, Springer-Verlag, Berlin, 1974.
- [15] A. Sommerfeld, *Jahrbuch der drahtlosen Telegraphie* **26** (1925) 93–98 und **37–38** (1931) 167–169.
- [16]\* R. Feldtkeller, *Einführung in die Vierpoltheorie*, 6. Aufl., Hirzel-Verlag, Stuttgart, 1953.
- [17] C. v. Fragstein, *Optik* **9** (1952) 337–359.
- [18] H. F. Wolf, *Silicon Semiconductor Data*, Pergamon Press, Oxford, 1969.
- [19] Entsprechende Werte für diesen Konzentrationsbereich wurden von [18] und [20] angegeben. Der vorliegende Zahlenwert entspricht einer spektralen Anpassungsrechnung [21].
- [20] a) E. Barta, *Infrared Physics* **17** (1977) 111–119.  
b) E. Barta and F. Halasz, *Infrared Physics* **17** (1977) 319–329.
- [21] D. Lewandowski, *Diplomarbeit*, Techn. Universität Braunschweig, 1981.
- [22] Der Zahlenwert wurde mit Hilfe von Magnetoplasmaresonanzmessungen für diesen Konzentrationsbereich gewonnen (F. Dildey, *Diplomarbeit*, Techn. Universität Braunschweig 1978) und entspricht damit der Zyklotronresonanzmasse. Vergleiche dazu auch [4]. Aus optischen Spektren ergeben sich durch Anpassungsrechnungen im allgemeinen geringfügig kleinere Werte: [20], [28], [31].
- [23] Th. Dewandre, J. R. Albritton and E. A. Williams, *Phys. Fluids* **24** (3) (1981) 528–536.
- [24] H. M. A. Schleijsen, *Diplomarbeit*, Tech. Hogeschool, Eindhoven, 1983.
- [25] G. Gavrilis, *Dissertation*, Techn. Universität Braunschweig, 1984.
- [26] C. v. Fragstein and F. R. Keßler, *Optik* **66** (1983) 9–17.
- [27] J. G. Kren, B. J. Masters and E. S. Wajda, *Appl. Phys. Letters* **5** (1964) 49–50.
- [28] E. Barta and G. Lux, *J. Phys. D: Appl. Phys.* **16** (1983) 1543–1553.
- [29] P. A. Schumann, jr., *Solid State Techn.* **13** (1970) 50–52.
- [30] H. D. Riccius and G. Ulbricht, *Z. angew. Phys.* **19** (1965) 203–206.
- [31] F. R. Keßler and E. Barta, *phys. stat. sol. (a)* **9** (1972) 469–475.